

Formler i numerikk

- La $p(x)$ være et polynom av grad $\leq n$ som interpolerer $f(x)$ i punktene x_i , $i = 0, 1, \dots, n$.
Forutsatt at x og alle nodene ligger i intervallet $[a, b]$, så gjelder

$$f(x) - p(x) = \frac{1}{(n+1)!} f^{(n+1)}(\xi) \prod_{i=0}^n (x - x_i)$$

for en $\xi \in [a, b]$.

- Simpsons integrasjonsformel:

$$\int_{x_0}^{x_2} f(x) dx \approx \frac{h}{3} (f_0 + 4f_1 + f_2).$$

- Newtons metode for ligningssystemet $\vec{f}(\vec{x}) = \vec{0}$ er gitt ved

$$J^{(k)}(\Delta\vec{x}^{(k)}) = -\vec{f}(\vec{x}^{(k)}),$$
$$\vec{x}^{(k+1)} = \vec{x}^{(k)} + \Delta\vec{x}^{(k)}.$$

- Iterative teknikker for løsning av et lineært ligningssystem

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

$$\text{Jacobi: } x_i^{(k+1)} = \frac{1}{a_{ii}} \left(b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} x_j^{(k)} - \sum_{j=i+1}^n a_{ij} x_j^{(k)} \right),$$

$$\text{Gauss-Seidel: } x_i^{(k+1)} = \frac{1}{a_{ii}} \left(b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} x_j^{(k+1)} - \sum_{j=i+1}^n a_{ij} x_j^{(k)} \right).$$

- Heuns metode for løsning av $\vec{y}' = \vec{f}(x, \vec{y})$:

$$\vec{k}_1 = h\vec{f}(x_n, \vec{y}_n),$$

$$\vec{k}_2 = h\vec{f}(x_n + h, \vec{y}_n + \vec{k}_1),$$

$$\vec{y}_{n+1} = \vec{y}_n + \frac{1}{2}(\vec{k}_1 + \vec{k}_2).$$

Tabell over noen Fourier-transformasjoner

$$f(x) \qquad \hat{f}(w) = F(f) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-imx} dx$$

$$g(x) = f(ax) \qquad \hat{g}(w) = \frac{1}{a} \hat{f}\left(\frac{w}{a}\right) \sqrt{\quad}$$

$$u(x) - u(x-a) \qquad \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left(\frac{\sin aw}{w} - i \frac{1 - \cos aw}{w} \right)$$

$$u(x) e^{-x} \qquad \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left(\frac{1}{1+w^2} - i \frac{w}{1+w^2} \right)$$

$$e^{-ax^2} \qquad \frac{1}{\sqrt{2a}} e^{-\frac{w^2}{4a}}$$

$$e^{-a|x|} \qquad \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{a}{w^2 + a^2}$$