



Noregs teknisk-naturvitskaplege
universitet
Institutt for matematiske fag

Kompleks
funksjonsteori og
Laplacetransformasjo-
nar
Haust 2023
Oppgavesett 8

1 Rekn ut foldingane under.

$$1 * (-1), \quad 1 * \sin(at), \quad e^{at} * e^{bt}, \quad t * \delta_0$$
$$\cos(t) * \cos(t), \quad \cos(at) * 1, \quad t * e^{-t}.$$

2 Sjå på differensiallikninga

$$x'(t) + ax(t) = f(t)$$

med initialverdi $x(0) = 1$. Finn løysinga når

- a) $f(t) = \delta(t)$.
- b) $f(t) = 0$.
- c) $f(t) = u(t)$.
- d) $f(t) = e^t$.

3 Sjå på differensiallikninga

$$x''(t) + 3x'(t) + 2x(t) = f(t)$$

med initialverdiar $x(0) = 1$, $x'(0) = 0$. Finn løysinga når

- a) $f(t) = \delta(t)$.
- b) $f(t) = 0$.
- c) $f(t) = u(t)$.
- d) $f(t) = \cos(t)$.

Hint: Finn x_δ , og bruk den generelle løysingsformelen.

4 Sjå på differensiallikninga

$$x''(t) + 4x'(t) + 4x(t) = f(t)$$

med initialverdiar $x(0) = 0$, $x'(0) = 0$. Finn løysinga når

- a) $f(t) = \delta(t)$.

- b) $f(t) = 0$.
c) $f(t) = u(t)$.
d) $f(t) = \sin(t)$.

5 Sjø på differensiallikninga

$$x''(t) - 2x'(t) + 2x(t) = f(t)$$

med initialverdiar $x(0) = 0$, $x'(0) = 2$. Finn løysinga når

- a) $f(t) = \delta(t)$.
b) $f(t) = 0$.
c) $f(t) = u(t)$.
d) $f(t) = \cos(t)$.

6 Løys integrallikningene under:

$$y(t) + 4 \int_0^t y(u) \cdot (t - u) du = 2t, \quad y(t) + 2e^t \int_0^t y(u)e^{-u} du = te^t$$

7 Inverstransformer funksjonane under:

$$\frac{6}{(s+3)(s-4)}, \quad \frac{1}{(s-a)^2}, \quad \frac{e^{-as}}{s(s-s)}, \quad \frac{240}{(s^2+1)(s^2+25)}.$$

Hint: Det er som vanleg mange framgangsmåtar her, men merk dykk at alle funksjonane er produkt av kjente laplacetransformasjonar.