



Noregs teknisk-naturvitenskaplege
universitet
Institutt for matematiske fag

Kompleks
funksjonsteori og
Laplacetransformasjo-
nar

Haust 2023

Oppgavesett 7

- 1 Under er det mange funksjonar på delt form. Finn eit enklare uttrykk for funksjonane ved hjelp av heavisidefunksjonar. Finn så laplacetransformasjonen ved å bruke t -skyving.

$$\begin{cases} t, & 0 < t < 2 \\ 0, & \text{ellers} \end{cases} \quad \begin{cases} e^{-t}, & 0 < t < \pi \\ 0, & \text{ellers} \end{cases} \quad \begin{cases} t-3, & 3 < t \\ 0, & \text{ellers} \end{cases} \quad \begin{cases} 2t^2, & \frac{5}{2} < t \\ 0, & \text{ellers} \end{cases}$$

- 2 Finn inverstransformasjonen til funksjonane under.

$$\frac{e^{-2s}}{(s-1)^3}, \quad 4 \frac{e^{-2s} - 2e^{-5s}}{s}, \quad \frac{1 - e^{-\pi s}}{s^2 + 4}.$$

- 3 Løys initialverdiproblema under.

$$\begin{cases} y''(t) + 2y'(t) + y(t) = u_3(t) \\ y(0) = 0, y'(0) = 2. \end{cases} \quad \begin{cases} y''(t) + 4y(t) = 4 \cos(t) (1 - u_\pi(t)) \\ y(0) = y'(0) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y'(t) + 5y(t) = 2t(1 - u_1(t)) + 2u_1(t) \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

- 4 Løys initialverdiproblema under.

$$\begin{cases} x'(t) + x(t) = \delta(t-1) \\ x(0) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x'(t) + 2x(t) = \delta(t-2) \\ x(0) = 1 \end{cases}$$

- 5 Løys initialverdiproblema under.

$$\begin{cases} x''(t) + 2x'(t) + x(t) = \delta(t) \\ x(0) = x'(0) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x''(t) + 2x'(t) + 2x(t) = u_1(t) - u_2(t) \\ x(0) = x'(0) = 0 \end{cases}$$

6 Løys initialverdiproblema under.

$$\begin{cases} y''(t) + 16y(t) = 4\delta_{3\pi} \\ y(0) = 2, y'(0) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y''(t) + 4y'(t) + 6y(t) = u_1(t) + \delta_2(t) \\ y(0) = 0, y'(0) = 1 \end{cases}$$

7 Løys initialverdiproblemet

$$\begin{cases} x''(t) + x'(t) + x(t) = e^{iat} \\ x(0) = x'(0) = 0. \end{cases}$$

8 Løys differensiallikninga under. Er løysinga deriverbar?

$$x''(t) + 2x'(t) + 2x(t) = u(t - 1).$$

9 Løys differensiallikninga $y'' + y = \sum_{n=0}^{\infty} \delta(x - n\pi)$ med initialverdier $y'(0) = y(0) = 0$, og teikn ei skisse av løysinga.