



Noregs teknisk-naturvitskaplege
universitet
Institutt for matematiske fag

Kompleks
funksjonsteori og
Laplacetransformasjo-
nar
Haust 2023
Oppgavesett 6

1 Transformasjon, derivasjon og integrasjon

- 1 Laplacetransformer funksjonane under.

$$t \cos(4t), \quad te^{at}, \quad \cos^2(2t).$$

Hint: Deriver funksjonen og bruk det du kan om laplacetransformasjonar av derivate.

- 2 Inverstransformer funksjonane under.

$$\frac{2}{s^2 + s/3}, \quad \frac{20}{s^3 - 2\pi s^2}, \quad \frac{s + 8}{s^4 + 4s^2}.$$

Hint: Bruk regelen for transformasjon av integral.

2 Laplacetransformasjonen og differensiallikningar

Dette er kanskje den viktigaste seksjonen i kurset. Dersom det er oppgaver de må prioritere, gjer desse.

- 3 Løys initialverdiproblema under.

$$\begin{cases} y' + 2y = 0 \\ y(0) = \frac{3}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} y'' - \frac{1}{4}y = 0 \\ y(0) = 12, \quad y'(0) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y'' + y' - 6y = 0 \\ y(0) = y'(0) = 1 \end{cases}$$

- 4 Løys initialverdiproblema under.

$$\begin{cases} y' + \frac{2}{3}y = -4 \cos(2t) \\ y(0) = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} y'' + 9y = 10e^{-t} \\ y(0) = y'(0) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y'' + -3y' + 2y = 4t - 8 \\ y(0) = 2, \quad y'(0) = 7. \end{cases}$$

5 Løys initialverdiproblema under.

$$\begin{cases} y'' + 2y' - 3y = 0 \\ y(2) = -3, \quad y'(2) = -5 \end{cases} \quad \begin{cases} y' - 6y = 0 \\ y(-1) = 4 \end{cases}$$

Hint: Verdiane i $t = 0$ er ukjende, så vi kan ikkje bruke derivasjonsteoremet. I a) kan du i staden sjå på funksjonen $z(t) = y(t + 2)$, og prøve å løyse initialverdiproblemet til z .

3 Andre greier

6 Løys integrallikningane under.

$$y(t) + \int_0^t y(u) \, du = 2, \quad 10y(t) + 100 \int_0^t y(u) \, du = 14000000e^{-3t},$$

$$y'(t) + 100 \int_0^t y(u) \, du = \cos(t).$$

Hint: Det er to måtar å gå fram på her. Anten deriver heile likninga for å få ei differensiallikning, eller laplacetransformer.

7 a) Laplacetransformer $te^{-t} \cos(t)$, $t \sin(\omega t)$ og $t^n e^{kt}$.

b) Inverstransformer $\ln\left(\frac{s+a}{s+b}\right)$ og $\frac{s}{(s^2+16)^2}$.

Hint: Det er mange måtar å gå fram på her, men det kan vera lurt å bruka reglane for derivasjon og integrasjon på andre sida.