



Noregs teknisk-naturvitskaplege
universitet
Institutt for matematiske fag

Kompleks
funksjonsteori og
Laplacetransformasjo-
nar
Haust 2023
Oppgavesett 3

1 Eksponentialfunksjonen

1 Skriv tala på standardforma $a + bi$:

a) $e^{i\pi/2}$, $e^{-i\pi/4}$, $e^{i23\pi/6}$.

b) $e^{\ln(3)-3i\pi/4}$, $e^{2+i\pi/3}$.

2 Skriv tala på polarform $re^{i\theta}$.

a) $1 + i\sqrt{3}$, $4 - 4i$, -23 .

b) $-56i$, $27 - i9\sqrt{3}$.

3 Rekn ut zw og $\frac{z}{w}$ når

a) $z = 2e^{i\pi/4}$, $w = 4e^{i\pi/6}$

b) $z = 5e^{-i\pi/3}$, $w = 8e^{i\pi/4}$.

4 Rekn ut $(1 + i)^{2023}$.

2 Likninger og komplekse tal

5 Finn kvadratrøtene til tala under. Skriv dei både på standard- og polarform:

$$i, \quad -i, \quad 2 + 2i\sqrt{3}, \quad -1 + i\sqrt{3}.$$

6 Finn tredjerøtene til tala under. Skriv dei både på standard- og polarform:

$$i, \quad -i, \quad \frac{i-1}{\sqrt{2}}.$$

- 7 Finn tredjerøtene til

$$z = \frac{\sqrt{2}}{1+i}$$

lag ei skisse av det komplekse planet der du har markert desse tala.

- 8 Løys likninga

$$iz^3 = 8.$$

- 9 Løys andregradslikningene

a) $x^2 + 2x + 4 = 0$,

b) $5x^2 + 6x + 5 = 0$,

c) $2x^2 + 2x + 1 = 0$.

- 10 Løys andregradslikningene

a) $z^2 + 2z + 9 = 0$,

b) $z^2 + 2iz + 5 = 0$,

c) $z^2 + 2z - i\sqrt{3}$,

$$z^2 + (1-i)z - i = 0.$$

- 11 La α vera eit reellt tal. Løys likninga

$$z + \frac{1}{z} = 2 \cos \alpha,$$

og rekn ut modulusen til svara.

Hint: Gong med z og bruk andregradsformelen.

- 12 Løys n -tegradslikningene

a) $z^4 + 2z^2 + 1 = 0$,

b) $z^3 + 2z^2 + 4z = 0$.

c) $4z^6 - 4z^3 + 4 = 0$.

Hint: Triks med uttrykket slik at du kan nytte andregradsformelen.