



Noregs teknisk-naturvitskaplege
universitet
Institutt for matematiske fag

Kompleks
funksjonsteori og
Laplacetransformasjo-
nar
Haust 2023
Oppgavesett 2

1 Lag ei skisse av det komplekse planet, der du har markert punkta

$$1 + i, \quad 1 - i, \quad -1 + i, \text{ og } -1 - i.$$

2 Finn modulus og argument til dei komplekse tala under:

a) $i, \quad -i, \quad -3, \quad 1 + i.$

b) $2 - 2i, \quad 27 + 9\sqrt{3}i, \quad \frac{7+4i}{3-2i}.$

3 Under er komplekse tal gitt på polarform. Finn standardforma til tala.

a) $r = 4, \theta = \frac{\pi}{2}, \quad r = 1, \theta = \frac{\pi}{4}, \quad r = 3, \theta = -\pi.$

b) $r = 2, \theta = \frac{\pi}{6}, \quad r = 1, \theta = \frac{10\pi}{3}.$

4 Gong saman dei to tala. Svaret kan vera i standard- eller polarform.

a) $z = 2 \left(\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12} \right), \quad w = 3 \left(\cos \frac{5\pi}{12} + i \sin \frac{5\pi}{12} \right).$

b) $z = \left(\cos \frac{7\pi}{8} + i \sin \frac{7\pi}{8} \right), \quad w = 3 \left(\cos \frac{15\pi}{8} + i \sin \frac{15\pi}{8} \right).$

5 Lag ei skisse av det komplekse planet, og marker eit punkt z . Marker så punkta $2z, -z, \frac{z}{2}, -iz$ og z^2 .

6 Lag ei skisse av følgjande område i det komplekse planet:

a) $\{z \in \mathbb{C} \text{ slik at } |z| = 1\}.$

b) $\{z \in \mathbb{C} \text{ slik at } |z - 1| < 2\}.$

c) $\{z \in \mathbb{C} \text{ slik at } |z - (1 + i)| > \frac{1}{2}\}$

7 Lag ei skisse av følgjande område i det komplekse planet:

a) $\{z \in \mathbb{C} \text{ slik at } \operatorname{Re}(z) = \operatorname{Im}(z)^2\}.$

b) $\{z \in \mathbb{C} \text{ slik at } |z| = \sqrt{5}|z - 2|\}$.

8] Vis at formelen for produktet av to komplekse tal på polarform stemmer. Med andre ord, dersom z har modulus r_1 og argument θ_1 og w har modulus r_2 og argument θ_2 vis at $z \cdot w$ har modulus $r_1 \cdot r_2$ og argument $\theta_1 + \theta_2$.

Hint: Du kan få bruk for addisjonsformlane for sinus og cosinus:

$$\cos(\theta_1 + \theta_2) = \cos(\theta_1)\cos(\theta_2) - \sin(\theta_1)\sin(\theta_2)$$

$$\sin(\theta_1 + \theta_2) = \cos(\theta_1)\sin(\theta_2) + \sin(\theta_1)\cos(\theta_2)$$