



LF 3

Oppgåve 1: a) i , $\frac{1-i}{\sqrt{2}}$, $\frac{\sqrt{3}-i}{2}$, b) $3 \left(\frac{-1-i}{\sqrt{2}} \right)$, $e^2 \left(\frac{1+\sqrt{3}}{2} \right)$

Oppgåve 2: a) $2e^{\frac{i\pi}{3}}$, $4\sqrt{2}e^{-\frac{i\pi}{4}}$, $23e^{i\pi}$,
b) $56e^{-\frac{i\pi}{2}}$, $18\sqrt{3}e^{-\frac{i\pi}{6}}$

Oppgåve 3: a) $zw = 8e^{\frac{i5\pi}{12}}$, $\frac{z}{w} = \frac{1}{2}e^{\frac{i\pi}{12}}$. b) $zw = 40e^{-\frac{i\pi}{12}}$, $\frac{z}{w} = \frac{5}{8}e^{-\frac{i7\pi}{12}}$

Oppgåve 4: På polarform er svaret $2^{2023}e^{\frac{i2023\pi}{4}}$, eller $2^{2023}e^{\frac{i7\pi}{4}}$.

Oppgåve 5: Polarform: $e^{\frac{i\pi}{4}}$ og $e^{\frac{i5\pi}{4}}$. Standardform: $\pm \frac{1+i}{\sqrt{2}}$

Polarform: $e^{\frac{i3\pi}{4}}$ og $e^{\frac{i7\pi}{4}}$. Standardform: $\pm \frac{-1+i}{\sqrt{2}}$

Polarform: $2e^{\frac{i\pi}{6}}$ og $2e^{\frac{i7\pi}{6}}$. Standardform: $\pm (\sqrt{3} + i)$

Polarform: $\sqrt{2}e^{\frac{i\pi}{3}}$ og $\sqrt{2}e^{\frac{i4\pi}{3}}$. Standardform $\pm \frac{1+i\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

Oppgåve 6: Polarform: $e^{\frac{i\pi}{6}}, e^{\frac{i5\pi}{6}}, e^{\frac{i3\pi}{2}}$ Standardform $\frac{\sqrt{3}+i}{2}, \frac{-\sqrt{3}+i}{2}, -i$

Polarform $e^{\frac{i\pi}{2}}, e^{\frac{i7\pi}{6}}, e^{\frac{i11\pi}{6}}$. Standardform: $i, \frac{-\sqrt{3}-i}{2}, \frac{\sqrt{3}-i}{2}$.

Polarform: $e^{\frac{i\pi}{4}}, e^{\frac{i11\pi}{12}}, e^{\frac{i19\pi}{12}}$. Standardform: $\frac{1+i}{\sqrt{2}}, -0.966 + 0.259i, 0.259 - 0.966i$

Oppgåve 7: Merk dykk først at vi kan forenkle brøken: $\frac{\sqrt{2}}{1+i} = \frac{1-i}{\sqrt{2}}$. Då blir røtene $e^{\frac{i7\pi}{12}}, e^{\frac{i5\pi}{4}}, e^{\frac{i23\pi}{12}}$. Skissa er over. Merk at røtene er jamnt fordelt i planet.

Oppgåve 8: $iz^3 = 8$ er ekvivalent med $z^3 = -8i$, så løysingene er $\sqrt[3]{-8i} = 2\sqrt[3]{-i}$. Frå oppgåve 6 veit vi kva tredjerøtene til $-i$ er. Løysingene er då $2i, -\sqrt{3} - i, \sqrt{3} - i$.

Oppgåve 9: a) $x = -1 \pm \sqrt{3}i$, b) $x = \frac{-3}{5} \pm \frac{4}{5}i$, c) $x = -\frac{1}{2} \pm \frac{i}{2}$

Oppgåve 12: a) $z = \pm i$ (Det er berre to løysinger, men begge er dobbelrøtter),
b) $z = 0, -1 - \sqrt{3}i, -1 + \sqrt{3}i$ c) $z = e^{\frac{\pm i3\pi}{9}}, e^{\frac{\pm i5\pi}{9}}, e^{\frac{\pm i7\pi}{9}}$