NTNU

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet

Folding

Førebuande kurs

Erling Svela
17. August 2023

Folding

- Når vi bruker laplacemetoden ender vi ofte opp med produkt av laplacetransformasjonar.

Definisjon

Gitt to funksjonar f, g er foldinga $f * g$ definert ved

$$f * g(t) = \int_0^t f(u)g(t-u)\,du = \int_0^t f(t-u)g(u)\,du$$

Dersom $\mathcal{L}(f)(s) = F(s)$ og $\mathcal{L}(g)(s) = G(s)$ har vi at

$$\mathcal{L}(f * g)(s) = F(s)G(s)!$$

- Døme: Dersom $H(s) = \frac{1}{s(s-a)}$, finn $h(t)$.
- Døme: Rekn ut $f * \delta$.

Differensiallikninger og folding

- Vi kan forenkle mange differensiallikninger ved å sjå på enklare system, og så setje saman.

Gitt det generelle systemet

$$\begin{cases} y''(t) + cy'(t) + dy(t) = f(t) \\ y(0) = y_0, y'(0) = y_1 \end{cases}$$

sjå på dei forenkla systema

$$\begin{cases} y''(t) + cy'(t) + dy(t) = \delta(t) \\ y(0) = 0, y'(0) = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} y''(t) + cy'(t) + dy(t) = 0 \\ y(0) = y_0, y'(0) = y_1 \end{cases}$$

Ein generell løysingsformel

- Vi lét y_δ vera løysinga på det reduserte systemet.
- Då er løysinga på det generelle systemet

$$y(t) = y_0 \cdot y_\delta'(t) + (y_1 + cy_0) \cdot y_\delta(t) + (y_\delta * f)(t)$$

- Dette likner på den generelle formelen for førsteordens difflikning:

$$y(t) = y(0)e^{-at} + (e^{-at} * f)(t)$$

- Døme: Løys initialverdiproblemet $\begin{cases} y''(t) - 3y'(t) + 2y(t) = e^t \\ y(0) = 0, y'(0) = 1 \end{cases}$