Laplacetransformasjonar og kompleks analyse

Førebuande kurs

Erling Svela

7. August 2023

NTNU

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet

Plan 11.08

Informasjon

Komplekse tal

Målet med kurset

- Målet er å gjennomgå tema frå matematikken som blir rekna som kjent i ingeniørkursa.
- Kurset er todelt.
- Ved slutten av kurset skal de ha grunnleggjande kunnskap om komplekse tal, komplekse funksjonar og laplacetransformasjonar.
- Kurset er frivillig og utan eksamen (men eg tilrår alle å ta det).

Informasjon

- Kurset går over to veker, med kurstid 13.15-16.00 kvar dag (unntatt måndag 14/08).
- Nettside: https://wiki.math.ntnu.no/tma4120/2023h/forkurs/start.
- E-post: erling.a.t.svela@ntnu.no. Kontor: Rom 922, 9.etasje i sentralbygg 2.

Kven er de?

- Studentar ved eit toårig ingeniørprogram.
- Ulik bakgrunn, både geografisk og fagleg.
- Nivået på kurset skal passe alle.

Kursform

- Førelesing og oppgåver.
- Fokuset er på metodar, og på matematiske problem.
- Sjekk boka "Reguleringsteknikk" på wiki-sida dersom de ønsker problem frå ingeniørvitskapen.

Faglege mål

Ved slutten av kurset skal de ha lært å:

- Rekne med komplekse tal, forstå polarforma, og løyse viktige likninger ved hjelp av komplekse tal.
- Laplacetransformere vanlege funksjonar, og bruke laplacetransformasjon til å løyse differensiallikninger av varierande vanskegrad.

Plan 11.08

Informasjon

Komplekse tal

Andregradslikninger og i

- Løysinga på $ax^2 + bx + c = 0$ er $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.
- Ok, men kva med $x^2 + 1 = 0$?

Talet i

Talet i er løysinga til $x^2 + 1 = 0$, i har altså eigenskapen $i^2 = -1$.

Komplekse tal

Komplekse tal

Eit komplekst tal z er eit uttrykk på forma $z = a + bi$ for a og b i $\mathbb{R}$.

- a vert kalla realdelen til z og b vert kalla imaginærdelen til z. Vi skriv $a = \mathrm{Re}(z),\ b = \mathrm{Im}(z)$.
- Vi bruker teiknet $\mathbb{C}$ som symbol for dei komplekse tala.

Reknereglar for komplekse tal

- Rekning med komplekse tal blir gjort med vanlege reknereglar, samt at vi bruker at $i^2 = -1$.
- Døme: Rekn ut $(3+i)+4i$. Rekn ut $(1+i)\cdot(2+\pi i)$, Rekn ut $\frac{1}{1+i}$.

Reknereglar:

- $(a+bi)+(c+di) = (a+c)+(b+d)i$
- $(a+bi)-(c+di) = (a-c)+(b-d)i$
- $(a+bi)\cdot(c+di) = (ac-bd)+(ad+bc)i$
- $\frac{(a+bi)}{(c+di)} = \frac{(ac+bd)+(bc-ad)i}{c^2+d^2}$
- $\frac{1}{a+bi} = \frac{a-bi}{a^2+b^2}$.

Konjugering

- Den ekstra strukturen til komplekse tal gjev rom for fleire operasjonar.
- Konjugasjon: $\overline{a+bi} = a - bi$.
- Merk: $z\overline{z}$ har imaginærdel 0.
- Samspel mellom konjugasjon og aritmetikk: $\overline{z+w} = \overline{z} + \overline{w}, \overline{z-w} = \overline{z} - \overline{w}, \overline{zw} = \overline{z}\,\overline{w}, \overline{\frac{z}{w}} = \frac{\overline{z}}{\overline{w}}$.
- Merk: $\frac{1}{z} = \frac{\overline{z}}{z\overline{z}}$.