

Norwegian University of Science and Technology  
Department of Mathematics

Faglig kontakt under eksamen: John Erik Fornæss  
(464-19-414)

Eksamen i TMA4120, MATEMATIKK 4K  
KONTINUASJONEKSAMEN

Dato: Mandag 12. August, 2013

Tid: 09.00 - 13:00

Hjelpemidler: (Kode C): Bestemt kalkulator (HP 30S eller Citizen SR-270X)  
Rottman: Matematisk Formelsamling

### Oppgave 1

Hvilke av de følgende funksjonene er realdelen til en analytisk funksjon  $f$ ?  
Begrunn svaret og finn  $f$  dersom svaret er ja.

a)  $u(x, y) = e^x \sin y + 3y$

b)  $u(x, y) = x^2 + y^2$

### Oppgave 2

Løs ligningen

$$y'' + 2y' - 3y = u(t - 2), y'(0) = y(0) = 0$$

### Oppgave 3

La

$$f(z) = \frac{e^z - 1}{(z^2 - 1) \sin z}$$

a) Finn alle singularitetene

b) Bereng residuen til  $f$  i de singulære punktene.

**Oppgave 4**

a) La  $f$  være en odde og periodisk funksjon med periode  $2\pi$ . La  $f(x) = x, 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, f(x) = \pi - x, \frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi$ . Finn Fourier rekken til  $f$ .

b) Løs varmeligningen

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 5 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

med randverdier

$$u(0, t) = 0, u(\pi, t) = 0$$

og

$$u(x, 0) = f(x).$$

**Oppgave 5**

Beregn integralet  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x+3}{x^4+1} dx$

Vis alle estimater

## Table of Laplace transforms

$f(t)$	$\mathcal{L}(f)$
1	$\frac{1}{s}$
$t$	$\frac{1}{s^2}$
$t^n$ ( $n = 0, 1, 2, \dots$ )	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
$e^{at}$	$\frac{1}{s - a}$
$\cos \omega t$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$
$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$
$\cosh at$	$\frac{s}{s^2 - a^2}$
$\sinh at$	$\frac{a}{s^2 - a^2}$
$e^{at} \cos \omega t$	$\frac{s - a}{(s - a)^2 + \omega^2}$
$e^{at} \sin \omega t$	$\frac{\omega}{(s - a)^2 + \omega^2}$