# Ekstraoppgaver 8

### Oppgaver til kapittel 9

**1.** Vi ser på indreproduktrommet av kontinuerlige funksjoner fra $[0, 1]$ til $\mathbb{R}$, $C([0, 1])$, med indreproduktet definert i Teorem 9.22. Regn ut indreproduktet, vinkelen og avgjør om de er ortogonale:

**a)** $-x$ og $e^x$

**b)** $x^3 - \frac{1}{3}x$ og $x - \sin x$

**c)** $x$ og $x^2 - \frac{3}{4}x$

**2.** Finn den ortogonale projeksjonen av vektoren

$$\begin{bmatrix} i \\ 2+i \\ 1 \end{bmatrix}$$

på underrommet utspent av vektorene

$$\begin{bmatrix} 2 \\ -5 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{og} \quad \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

**3.** Vi ser på indreproduktrommet av kontinuerlige funksjoner over $[0, 1]$.

**a)** Finn en ortogonal basis for $\mathrm{Sp}\{1, x, x^2\}$ ved å bruke Gram–Schmidt på $1$, $x$ og $x^2$, i den rekkefølgen.

**b)** Gir dette samme svar som Eksempel 9.25 i notatet? Er dette et problem? Forklar.

**4.** Vi ser på indreproduktrommet av kontinuerlige funksjoner over $[0, 1]$.

**a)** Regn ut lengden til $x$, $x^2$, $x^3$, $x^4$ og $x^5$.

**b)** Hva er lengden til $x^n$ for en vilkårlig $n$? Hva skjer når $n \to \infty$?

**c)** Skissér $x^n$ for nok $n$ til at du kan gi en geometrisk forklaring på grensen i del **b)**.
*Hint*: Lengden er koblet til arealet under grafen. Hva skjer med dette arealet når $n$ vokser?

### Eksamensoppgaver

Vår 2019: Oppgave 6
Kont 2019: Oppgave 2
Kont 2019: Oppgave 7
Høst 2019: Oppgave 5ab