Ekstraoppgaver 3

Oppgaver til kapittel 3

1. La $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ og $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ være to vektorer i $\mathbb{R}^2$.

a) Regn ut $\mathbf{u} + \mathbf{v}$ og $\frac{1}{2}\mathbf{u} - 2\mathbf{v}$.

b) Tegn en figur som viser vektorene $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$, $\mathbf{u} + \mathbf{v}$ og $\frac{1}{2}\mathbf{u} - 2\mathbf{v}$ i planet.

2. Finn ut om en vektor er en lineærkombinasjon av de andre:

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

3. Finn en vektor som ikke er en lineærkombinasjon av:

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ -3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 \\ 18 \\ 4 \end{bmatrix}$$

4. Finn en tredje vektor i samme plan som disse to vektorene:

$$\begin{bmatrix} -3 \\ -7 \\ -3 \end{bmatrix} \quad \text{og} \quad \begin{bmatrix} 8 \\ -8 \\ -4 \end{bmatrix}$$

5. Beskriv geometrisk følgende mengder i $\mathbb{R}^3$

(a) $\operatorname{span}\left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} \right\}$

(b) $\operatorname{span}\left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ -2 \end{bmatrix} \right\}$

(c) $\operatorname{span}\left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right\}$

Oppgaver til kapittel 4

1. La A og B være matriser, og $\mathbf{v}$ en vektor:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 2 & 3 & -1 \\ -8 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \quad \mathbf{v} = \begin{bmatrix} 7 \\ 2 \\ -4 \end{bmatrix}$$

Regn ut (eller forklar hvorfor uttrykkene ikke gir mening):

a) AB **d)** B^2 **g)** $BA\mathbf{v}$

b) BA **e)** $A + B$ **h)** $B^\top$

c) A^2 **f)** $(A + I_3)\mathbf{v}$ **i)** $\mathbf{v}^\top\mathbf{v}$

2. Løs likningen $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ der

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \quad \mathbf{b}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

3. Finn en kvadratisk matrise A slik at: $A \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}$ og $A \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$

4. Bestem om matrisene er inverterbare, og finn om mulig den inverse matrisen.

a) $\begin{bmatrix} 1 & 7 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

5. La A være følgende matrise:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Kan du finne et tall c og en vektor $\mathbf{v}$ (som ikke skal være nullvektoren) slik at $A\mathbf{v} = c\mathbf{v}$? I så fall, for hvilke valg av c eksisterer en slik ikke-null vektor? Kan du gi en geometrisk forklaring på hva som skjer når du multipliserer A med vektorene i de ulike tilfellene for c?

Eksamensoppgaver

Høst 2012: Oppgave 3
Vår 2018: Oppgave 4ab
Høst 2018: Oppgave 5
Vår 2019: Oppgave 6 (første del)