

# Repetisjon: Inverterbare matriser

Her samler vi alle de ekvivalente utsagnene for at en reell kvadratisk  $n \times n$ -matrise  $A$  er inverterbar. Det samme gjelder for komplekse kvadratiske matriser; bare erstatt  $\mathbb{R}$  med  $\mathbb{C}$  gjennomgående.

1.  $A$  er inverterbar.
2.  $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$  har kun den trivielle løsningen  $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ .
3.  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$  har en løsning for alle  $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$ .
4.  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$  har en entydig løsning for alle  $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$ .
5.  $A$  er radekvivalent med identitetsmatrisen.
6.  $A$  har  $n$  pivotelementer.
7.  $\det A \neq 0$ .
8. Kolonnevektorene i  $A$  er lineært uavhengige.
9. Radvektorene i  $A$  er lineært uavhengige.
10.  $\text{Col } A = \mathbb{R}^n$ .
11.  $\text{Row } A = \mathbb{R}^n$ .
12.  $A$  har rang  $n$ .
13.  $\dim(\text{Null } A) = 0$ .
14. Det ortogonale komplementet av nullrommet til  $A$  er hele  $\mathbb{R}^n$ .
15. Det ortogonale komplementet av kolonnerommet til  $A$  er  $\{\mathbf{0}\}$ .
16. Lineærtransformasjonen  $T_A: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  gitt ved  $T_A(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$  er injektiv.
17. Lineærtransformasjonen  $T_A: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  gitt ved  $T_A(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$  er surjektiv.
18. Lineærtransformasjonen  $T_A: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  gitt ved  $T_A(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$  er en isomorfi.
19. Alle egenverdiene til  $A$  er forskjellig fra 0.