Inhomogene ligninger

$$y'' + p(x)y' + q(x)y = r(x) \tag{1}$$

Den tilhørende homogene ligningen er

$$y'' + p(x)y' + q(x)y = 0. \tag{2}$$

— Differansen mellom to løsninger av (1) er en løsning av (2).

— Summen av en løsning av (1) og en løsning av (2) er en løsning av (1).

Generell løsning:

En generell løsning av (1) er en løsning av formen

$$y = y_h + y_p$$

der $y_h = c_1 y_1 + c_2 y_2$ er en generell løsning av (2), og y_p er **en** løsning av (1) (en partikulær løsning).

Ubestemte koeffisienters metode

Vi ser på en lineær diffirensialligning på formen

$$y'' + py' + qy = r(x). \tag{3}$$

Vi kan finne en partikulær løsning y_p (hvis $r(x)$ er en fin funksjon) ved å bruke tabellen og reglene på den neste siden:

$r(x)$	$y_p(x)$
k	C
$ke^{\lambda x}$	$Ce^{\lambda x}$
$k\cos\beta x$ $k\sin\beta x$	$\}\ A\cos\beta x + B\sin\beta x$
kx^n	$A_n x^n + A_{n-1}x^{n-1} + \ldots + A_1 x + A_0$

Regler for ubestemte koeffisienters metode

- Hovedregel Hvis $r(x)$ i (2) er en av funksjonene i første kolonne i tabellen, velg y_p på samme linje i andre kolonne og *bestem de ubestemte koeffisientene ved innsetting i (2)*.
- Modifikasjonsregel Hvis et ledd i den valgte y_p er en løsning av den homogene ligningen som svarer til (2), må y_p multipliseres med x (eller med x^2 hvis løsningen svarer til en dobbeltrot).
- Sumregel Hvis $r(x)$ er en sum av funksjoner i første kolonne i tabellen, finn en partikulær løsning til hver ledd og ta summen.

Eksamensoppgave

Oppgave (juni 2010)

Finn generell løsning av differensialligningen

$$y'' - 4y' + 3y = 3 - 4e^x.$$

Utvidet tabell

$r(x)$	$y_p(x)$
k	C
$ke^{\lambda x}$	$Ce^{\lambda x}$
$k\cos\beta x$ $k\sin\beta x$	$\}\ A\cos\beta x + B\sin\beta x$
kx^n	$A_n x^n + A_{n-1}x^{n-1} + \ldots + A_1 x + A_0$
$ke^{\alpha x}\cos\beta x$ $ke^{\alpha x}\sin\beta x$	$\}\ e^{\alpha x}(A\cos\beta x + B\sin\beta x)$
$kx^n e^{\lambda x}$	$(A_n x^n + A_{n-1}x^{n-1} + \ldots + A_1 x + A_0)e^{\lambda x}$
$kx^n e^{\alpha x}\cos\beta x$ $kx^n e^{\alpha x}\sin\beta x$	$\}\ e^{\alpha x}\left[(A_n x^n + A_{n-1}x^{n-1} + \ldots + A_1 x + A_0)\cos\beta x + (B_n x^n + B_{n-1}x^{n-1} + \ldots + B_1 x + B_0)\sin\beta x\right]$

Oppsummering

Vi har lært:
dempete svingninger; ubestemte koeffisienters metode.

Lærebok: 4.4, 4.5

Nest gang
Tvunge svingninger, resonans, variasjon av parametre

Lærebok: 4.6, 4.7