Underrom av $\mathbf{R}^n$

Et underrom i $\mathbf{R}^n$ er en delmengde W i $\mathbf{R}^n$ som er lukket under addisjon og multiplikasjon med tall. Det vil si,

— hvis $\mathbf{u}$ og $\mathbf{v}$ er vektorer i W så er $\mathbf{u} + \mathbf{v}$ også i W, og

— hvis $\mathbf{u}$ er i W og c er et tall så er vektoren $c\mathbf{u}$ også i W.

Underrom av $\mathbf{R}^n$

Et underrom i $\mathbf{R}^n$ er en delmengde W i $\mathbf{R}^n$ som er lukket under addisjon og multiplikasjon med tall. Det vil si,

— hvis $\mathbf{u}$ og $\mathbf{v}$ er vektorer i W så er $\mathbf{u} + \mathbf{v}$ også i W, og

— hvis $\mathbf{u}$ er i W og c er et tall så er vektoren $c\mathbf{u}$ også i W.

Underrom inneholder $\mathbf{0}$.

Eksempler på underrom

Underrom utspent av vektorer Hvis $\mathbf{v}_1, ...\mathbf{v}_k$ er vektorer i $\mathbf{R}^n$ så er mengden $W = Span(\mathbf{v}_1, ..., \mathbf{v}_k)$ av alle lineærkombinasjoner av $\mathbf{v}_1, ..., \mathbf{v}_k$ et underrom i $\mathbf{R}^n$. W er underrom utspent av vektorene $\mathbf{v}_1, ..., \mathbf{v}_k$

Eksempler på underrom

Underrom utspent av vektorer Hvis $\mathbf{v}_1, ...\mathbf{v}_k$ er vektorer i $\mathbf{R}^n$ så er mengden $W = Span(\mathbf{v}_1, ..., \mathbf{v}_k)$ av alle lineærkombinasjoner av $\mathbf{v}_1, ..., \mathbf{v}_k$ et underrom i $\mathbf{R}^n$. W er underrom utspent av vektorene $\mathbf{v}_1, ..., \mathbf{v}_k$

Nullrommet til en matrise

Teorem La A være en $m \times n$ matrise og W er mengden av løsningene til det homogene systemet $A\mathbf{x} = 0$, så er W et underrom i $\mathbf{R}^n$.

Eksempler på underrom

Underrom utspent av vektorer Hvis $\mathbf{v}_1, ...\mathbf{v}_k$ er vektorer i $\mathbf{R}^n$ så er mengden $W = Span(\mathbf{v}_1, ..., \mathbf{v}_k)$ av alle lineærkombinasjoner av $\mathbf{v}_1, ..., \mathbf{v}_k$ et underrom i $\mathbf{R}^n$. W er underrom utspent av vektorene $\mathbf{v}_1, ..., \mathbf{v}_k$

Nullrommet til en matrise

Teorem La A være en $m \times n$ matrise og W er mengden av løsningene til det homogene systemet $A\mathbf{x} = 0$, så er W et underrom i $\mathbf{R}^n$.
$W = Null(A)$

Vektorrom

Vektorrom er en mengde med operasjoner: addisjon og multiplikasjn med reelle tall som oppfyller:

1. $\mathbf{u} + \mathbf{v} = \mathbf{v} + \mathbf{u}$
2. $\mathbf{u} + (\mathbf{v} + \mathbf{w}) = (\mathbf{u} + \mathbf{v}) + \mathbf{w}$
3. $\mathbf{u} + \mathbf{0} = \mathbf{0} + \mathbf{u} = \mathbf{u}$
4. $\mathbf{u} + -\mathbf{u} = -\mathbf{u} + \mathbf{u} = \mathbf{0}$
5. $a(\mathbf{u} + \mathbf{v}) = a\mathbf{u} + a\mathbf{v}$
6. $(a + b)\mathbf{u} = a\mathbf{u} + b\mathbf{u}$
7. $a(b\mathbf{u}) = (ab)\mathbf{u}$
8. $1u = u$

Eksempel på vektorrom

- Kompleksetall
- $\mathbf{R}^n$; underrom av $\mathbf{R}^n$
- alle $m \times n$ matriser
- alle polynomer av orden mindre eller lik k
- kontinuelige funksjoner on $[0, 1]$

Oppsummering

Vi har lært:
Vektorrom, Underrom, Løsningsrom
Lærebok: 4.1, 4.2,sider 208-220

Nest gang
Kolonnerom (søylerrom), Basis

Lærebok: 4.2, 4.3,sider 220-231