NTNU

Det skapende universitet

Inverterbar matrise teorem fortsettelse. Forelesning i Matematikk 1 TMA4115

Hans Jakob Rivertz

Institutt for matematiske fag

20. mars 2013

Invers matriseteorem fra 2.3

Teorem

La A være en $n \times n$ matrise. Da er følgende utsagn ekvivalente:

a. *A er inverterbar*

b. *A og I_n er radekvivalente*

c. *A har n pivotposisjoner*

d. *$A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ har bare den trivielle løsningen*

e. *Søylene i A er lineært uavhengige*

f. *Avbildingen $\mathbf{x} \mapsto A\mathbf{x}$ er "en–en", injektiv*

g. *$A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ har nøyaktig en løsning for hver $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$.*

h. *Søylene til A utspenner $\mathbb{R}^n$*

i. *Avbildingen $\mathbf{x} \mapsto A\mathbf{x}$ er "på" surjektiv*

j. *Det finnes en $n \times n$–matrise L slik at $LA = I$*

k. *Det finnes en $n \times n$–matrise R slik at $AR = I$*

l. *A^T er inverterbar*

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & b & & & & \\
c & \Nearrow & & \Searrow & & & k \\
\Uparrow & & l & \Leftrightarrow & a & \Nearrow & \Downarrow \\
d & & & \Swarrow & & \Nwarrow & g \\
\Updownarrow & \Nwarrow & j & & & & \Updownarrow \\
e & & & & & & h \\
\Updownarrow & & & & & & \Updownarrow \\
f & & & & & & i
\end{array}$$

NTNU
Det skapende universitet

Invers matriseteorem fortsettelse

Teorem

La A være en $n \times n$ matrise. Da er følgende utsagn ekvivalente:

a. *A er inverterbar*

m. *Søylene til A utgjør en basis for $\mathbb{R}^n$*

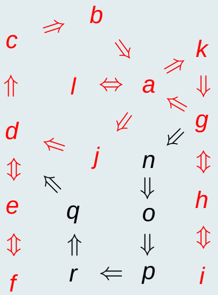
n. $\operatorname{Col} A = \mathbb{R}^n$

o. $\dim \operatorname{Col} A = n$

p. $\operatorname{Rank} A = n$

q. $\operatorname{Nul} A = \{\mathbf{0}\}$

r. $\dim \operatorname{Nul} A = 0$



NTNU
Det skapende universitet