

### Fra Edwards & Penney, avsnitt 4.4

Oppgave 3, 11, 13, 20, 29

### Fra Edwards & Penney, avsnitt 5.1

Oppgave 2, 13, 21, 30

### Eksamensoppgaver

Des. 03, oppg. 5 Gitt vektorene

$$\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix}, \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{v}_3 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{v}_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}, \mathbf{v}_5 = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad \text{og} \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

- a) Finn en basis for underrommet  $V \subseteq \mathbb{R}^3$  utspent av vektorene  $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_5$ , og finn også en basis for underrommet  $V^\perp$  (det ortogonale komplementet til  $V$  i  $\mathbb{R}^3$ ).
- b) Finn den ortogonale projeksjonen av  $\mathbf{b}$  inn på underrommet  $V$ .
- c) La  $V \subseteq \mathbb{R}^n$ , og anta at vi har gitt vektorer  $\mathbf{v} \in V$  og  $\mathbf{w} \in V^\perp$ . Vis at dersom ingen av vektorene  $\mathbf{v}$  eller  $\mathbf{w}$  er nullvektoren, så er  $\mathbf{v}$  og  $\mathbf{w}$  lineært uavhengige.

Aug. 04, oppg. 4 a) Løs likningssystemet

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_4 &= 0 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 &= 0 \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_4 &= 0. \end{aligned}$$

b) La

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

Finn en basis for hvert av rommene  $\text{Null}(A)$ ,  $\text{Row}(A)$ ,  $\text{Col}(A)$  og  $\text{Col}(A)^\perp$ .

### Flervalgsoppgaver

1 For hvilke(n)  $k$  er vektorene  $\mathbf{u} = (2, 2, -1, k)$  og  $\mathbf{v} = (k, 1, 1, k)$  ortogonale?

A:  $k = 1$

B:  $k = \pm 1$

C:  $k = -1$

D: ingen  $k$

**Fasit**

Forslag på svar: Andre svar også mulig.

**EP 4.4**

3. Row( $A$ ) har basis  $(1, -4, -3, -7), (0, 1, 1, 3)$   
(evt.  $(1, 0, 1, 5), (0, 1, 1, 3)$  med Gauss-Jordaneliminasjon),  
Col( $A$ ) har basis  $(1, 2, 1), (-4, -1, 2)$ .

13.  $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2\}$

20.  $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{e}_1, \mathbf{e}_3\}$

**EP 5.1**

2. Ja

21.  $(-1, -1, 1, 0, 0), (0, -1, 0, -1, 1)$

**Eksamensoppgaver**

5. (Des 03)

- a) Basis for  $V$ ,  $\{(1, 0, 1), (0, 1, -1)\}$

Basis for  $V^\perp$ ,  $(-1, 1, 1)$

- b)  $(1, 1, 0)$

4. (Aug 04)

- a) Basis for løsnings,  $\{(-1, 1, 1, 0), (-2, 1, 0, 1)\}$

- b) Null( $A$ );  $\{(-1, 1, 1, 0), (-2, 1, 0, 1)\}$

Row( $A$ );  $\{(1, 0, 1, 2), (0, 1, -1, -1)\}$

Col( $A$ );  $\{(1, 2, 2), (1, 1, 2)\}$

Col( $A$ ) $^\perp$ ;  $\{(-2, 0, 1)\}$