

Fra Kreyszig (9. utgave) avsnitt 2.4

BEVEGELSE UTEN DEMPNING (HARMONISKE SVINGNINGER)

1 (**Initialverdiproblem**) Finn den harmoniske bevegelsen $y(t) = A \cos \omega_0 t + B \sin \omega_0 t$ som starter fra y_0 med starthastighet v_0 . Skisser løsningene for $\omega_0 = \pi$, $y_0 = 1$ og forskjellige v_0 i samme kordinatsystem. For hvilke t -verdier skjærer alle disse kurvene hverandre? Hvorfor?

6 (**Arkimedes' lov**) Når vi senker et legeme ned i vann, får det en oppdrift som er lik tyngden av den fortrenkte vannmengden ifølge Arkimedes' lov. Den sylindriske bøyen med diameter 60 cm i figur 42 flyter i vann slik at aksens er vertikal. Når den presses nedover og slippes, settes den i vertikale svingninger med periode 2 sekunder. Hva er bøyens masse?

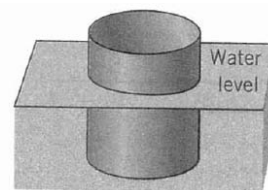


Fig. 42. Buoy (Problem 6)

DEMPET BEVEGELSE

14 (**Dempningskonstanten**) Betrakt en underdempet bevegelse for et legeme med masse $m = 2$ kg. Anta at tiden mellom to påfølgende maksima er 2 s, og at maksimumsamplituden minker til $\frac{1}{4}$ av sin første verdi etter 15 svingninger. Bestem dempningskonstanten til systemet.

Fra Kreyszig (9. utgave) avsnitt 2.5

INITIALVERDIPROBLEM Løs og skisser grafen til løsningen. Vis utregningene.

11 $x^2 y'' - 4xy' + 6y = 0$, $y(1) = 1$, $y'(1) = 0$

Fra Kreyszig (9. utgave) avsnitt 2.6

LØSNINGSBASISER. TILSVARENDE LIGNINGER. WRONSKIDETERMINANTER

Finn en differensialligning $y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$ som har de gitte funksjonene som løsninger. Vis lineær uavhengighet (a) ved å betrakte kvotienter, (b) ved Teorem 2.

9 $x^{1.5}$, $x^{-0.5}$

12 $e^{-2x} \cos \omega x$, $e^{-2x} \sin \omega x$

Flervalgsoppgaver

1 En partikkel på y -aksen har masse $m > 0$ og bevegelsesligning $my'' + 4y' + y = 0$. For hvilke(n) m er bevegelsen til partikkelen overdempet?

A: $m > 4$

B: $m = 4$

C: $m < 4$

D: ingen m

2 Må en løsning av differensialligningen $y'' + ay' + by = 0$ (a og b konstanter) som tangerer x -aksen i origo være identisk lik null?

A: ja

B: nei

C: umulig å avgjøre

D: avhenger av a og b

Fasit**Kreyszig 2.4**

1. $y = y_0 \cos \omega_0 t + (v_0/\omega_0) \sin \omega_0 t$. For heltallige t (hvis $\omega_0 = \pi$) på grunn av periodisitet.
6. 281 kg
14. $(4/15) \ln 2$

Kreyszig 2.5

11. $3x^2 - 2x^3$

Kreyszig 2.6

9. $x^2 y'' - 0.75y = 0$, $W = -2$