Oppgaver Tirsdag 8. August

$\boxed{6}$ Finn den generelle løsningen til

a) $y'' - y' - 2y = 0$ b) $y'' + y = 0$ c) $y'' - 2y' + 5y = 0$

$\boxed{7}$ Løs initialverdiproblemene

a) $y'' - y' - 2y = 0$, $y(0) = 0$ og $y'(0) = 1$. b) $y'' + y = 0$, $y(\frac{\pi}{2}) = 1$ og $y'(\frac{\pi}{2}) = 0$.

c) $y'' + 4y' + 4y = 0$, $y(2) = y'(2) = \frac{1}{e^4}$.

$\boxed{8}$ Løs initialverdiproblemet

$$y'' - 4y' + 13y = 0, \quad y(0) = 1, \quad \text{og} \quad y'(0) = 5.$$

Omskriv løsningen til formen

$$y(t) = Ae^{\delta t}\cos(\omega_0 t - \phi)$$

$\boxed{9}$ La $\ddot{x} + b\dot{x} + cx = 0$ være en tilfeldig andreordensdiffligning. Skriv den som et system av førsteordensdiffligninger;

$$\begin{aligned} y_1' &= a_{11}y_1 + a_{12}y_2 \\ y_2' &= a_{21}y_1 + a_{22}y_2 \end{aligned}$$

Løsning Tirsdag 8. august

6

a) Røttene til det karakteristiske polynomet er $\lambda_1 = -1$ og $\lambda_2 = 2$. Den generelle løsningen er altså $y(t) = Ae^{-t} + Be^{2t}$.

b) Røttene til det karakteristiske polynomet er $\lambda = \pm i$. Den generelle løsningen er dermed $y(t) = A\cos(t) + B\sin(t)$.

c) Røttene til det karakteristiske polynomet er $\lambda = 1 \pm 2i$, så den generelle løsningen er

$$y(t) = e^{t}(A\cos(2t) + B\sin(2t))$$

7

a) Vi får likningene $A + B = 0$ og $-A + 2B = 1$ som gir at $A = 1/3$ og $B = 2/3$. Dermed er løsningen $y(t) = \frac{1}{3}e^{-t} + \frac{2}{3}e^{2t}$.

b) Første betingelse gir $B = 1$, andre betingelse gir $A = 0$. Løsningen er $y(t) = \sin(t)$.

c) Generell løsning er $y(t) = Ae^{-2t} + Bte^{-2t}$. Første betingelse gir oss likningen $A + 2B = 1$ og andre betingelse gir oss $-2A - 3B = 1$. Vi får løsning $y(t) = -5e^{-2t} + 3te^{-2t}$