Oppgåve 1 Bestem dei kritiske punkta til funksjonen

$$f(x, y) = x^3 - 3x^2 + y^3 - 3y + 10$$

og avgjer kva slags type dei er.

Oppgåve 2 Rekn ut

$$\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$$

der $\mathbf{F}$ er vektorfeltet $\mathbf{F}(x, y) = \left(2xy, x^2 + y^2\right)$ og C er kurva gitt som grafen til $y = 4 - x^2$ frå $(2, 0)$ til $(0, 4)$.

Oppgåve 3 Finn punkta på flata $3x^2 - 9y^2 + z^2 = 10$ der tangentplanet er parallelt med planet $-6x + 18y + 8z = 7$.

Oppgåve 4 Anta at temperaturen (i °C) for kvart punkt på ei metallplate er gitt ved funksjonen

$$T(x, y) = e^x \cos(y) + e^y \cos(x).$$

I kva for ei retning aukar temperaturen mest i punktet $(0, 0)$? I kva for ei retning minkar temperaturen mest i punktet $(0, 0)$? Svaret må grunngjevast.

(Retning betyr her einingsvektorar, det vil seie, vektorar med lengde 1.)

Oppgåve 5 Er funksjonen

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y^2}{x^4 + y^4} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

kontinuerleg? Svaret må grunngjevast.

Avgjer om

$$\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0) \qquad \text{og} \qquad \frac{\partial f}{\partial y}(0, 0)$$

eksisterer, og bestem i så fall verdiane deira.

Oppgåve 6 La $\mathcal{S}$ vere den delen av flata $2x + y + 2z = 6$ som ligg i 1. oktant ($x \geq 0$, $y \geq 0$ og $z \geq 0$).

Rekn ut

$$\iint_{\mathcal{S}} \mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{N}} \, dS$$

der $\mathbf{F}$ er vektorfeltet

$$\mathbf{F}(x, y, z) = \left(x + y^2, -2x, 2yz\right)$$

og kor $\hat{\mathbf{N}}$ er einingsnormalvektoren til $\mathcal{S}$ med positiv z-komponent.

Oppgåve 7 La T vere lekamen avgrensa nedanfrå av kjegleflata $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ og ovanfrå av kuleflata $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

Rekn ut massen til T når tettleiken er gitt ved $\delta(x, y, z) = e^{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}$.

Oppgåve 8 Paraboloiden $z = x^2 + y^2$ skjer planet $z = y$ langs ei kurve C.

Bruk Stokes' teorem til å rekne ut

$$\oint_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$$

der $\mathbf{F}$ er vektorfeltet $\mathbf{F}(x, y, z) = (2z, x, y)$ og kor C er orientert mot klokka sett frå positiv z-akse.

Oppgåve 9 Gitt

$$\iint_R \cos\left(\frac{y - x}{y + x}\right) dA$$

der R er det firkanta området i $\mathbb{R}^2$ med hjørne i $(1, 0)$, $(2, 0)$, $(0, 1)$ og $(0, 2)$.

Lag ein skisse av R og rekn ut dobbeltintegralet.

(Vink: Bruk ein passande koordinattransformasjon.)

Oppgåve 10

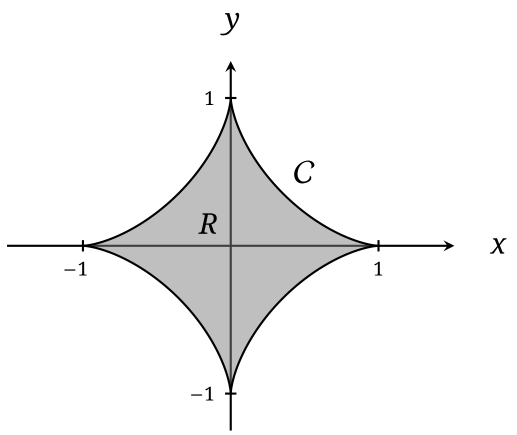
La R vere området i $\mathbb{R}^2$ som er avgrensa av kurva C gitt ved

$$x^{2/3} + y^{2/3} = 1.$$

Rekn ut

$$\oint_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$$

der $\mathbf{F}$ er vektorfeltet $\mathbf{F}(x, y) = (-y, x)$ og C er orientert mot klokka.



Finn arealet av R.

Du kan nytte, utan bevis, at

$$\int_0^{2\pi} \cos^2(t) \sin^2(t)\, dt = \frac{\pi}{4}.$$