Oppgåve 1 Eit firma produserer x einingar av ei vare, og y einingar av ei anna vare. Produksjonskostnaden (målt i kroner) for å produsere begge varene er gitt ved

$$p(x, y) = 5x^2 + 2xy + 3y^2 + 800.$$

Finn den lågaste produksjonskostnaden gitt at firmaet skal produsere totalt 39 einingar.

Oppgåve 2 Rekn ut bogelengda til kurva gitt i polarkoordinatar som

$$r = \sqrt{1 + \cos(2\theta)}, \qquad 0 \leq \theta \leq \pi\sqrt{2}.$$

Det oppgis at bogelengda til ei kurve gitt i polarkoordinatar som $r = r(\theta)$ for $\alpha \leq \theta \leq \beta$ er gitt ved

$$L = \int_\alpha^\beta \sqrt{r^2 + \left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2}\, d\theta.$$

Oppgåve 3 Er funksjonen

$$f(x, y) = \begin{cases} \ln\left(\frac{x^2+3x^2y^2+y^2}{x^2+y^2}\right) & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

kontinuerleg? Svaret må grunngjevast.

Oppgåve 4 Bestem retninga som gir at den retningsderiverte til $f(x, y, z) = xe^y + z^2$ blir størst mogleg i punktet $(1, \ln(2), 1/2)$.

(Retning betyr her einingsvektorar, det vil seie, vektorar med lengde 1.)

Oppgåve 5 Rekn ut

$$\int_C \frac{e^{x+y}}{\sqrt{5}}\, ds,$$

der C er det rette linjestykket i xy-planet frå $(-1, 2)$ til $(1, 1)$.

Oppgåve 6 Vektorfeltet

$$\mathbf{F}(x, y, z) = \left(y\sin(z^2) - e^{\cos(x)}\sin(x), x\sin(z^2) + 12y\cos(z^2), 2xyz\cos(z^2) - 12y^2 z\sin(z^2)\right)$$

er konservativt (du treng ikkje å vise dette). Rekn ut

$$\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r},$$

der C er kurva i $\mathbb{R}^3$ gitt ved

$$\mathbf{r}(t) = \left(\sin(\pi t^2), 12t + 1, t^3 - 2t^2\right)$$

for $0 \le t \le 2$.

Oppgåve 7 Rekn ut

$$\iiint_T z\sqrt{x^2 + y^2}\, dV,$$

der T er området i $\mathbb{R}^3$ som er avgrensa av flata gitt ved

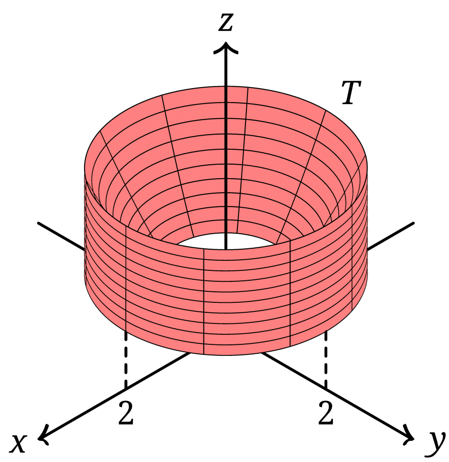
$$z^4 = (x^2 + y^2)^3,$$

sylinderen

$$x^2 + y^2 = 4$$

og som ligg over planet

$$z = 1.$$



Oppgåve 8 La D vere området i $\mathbb{R}^2$ som er gitt ved ulikskapane

$$1 \le x^2 + y^2 \le 4 \qquad \text{og} \qquad y \ge 0.$$

Skisser D. Rekn ut

$$\oint_{\partial D} \left(e^{x^2} + x^2 y, x^3\right) \cdot d\mathbf{r},$$

der ∂D er randa til D og der ∂D er positivt orientert.

(Vink: $2\cos^2(\theta) = 1 + \cos(2\theta)$.)

Oppgåve 9 La R vere området i første kvadrant i xy-planet som ligg innanfor $x^2 + y^2 = 1$, men utanfor $x^2 + y^2 = 2y$. Skisser området R og rekn ut

$$\iint_R 4x(x^2 + y^2 - 2y)\, dA.$$

(Vink: Bruk variabelskifte med $u = x^2 + y^2$ og $v = x^2 + y^2 - 2y$.)

Oppgåve 10 La T vere området i $\mathbb{R}^3$ som er avgrensa av sylinderen $x^2 + y^2 = 1$, xy-planet og planet $z = x + 2$. Rekn ut

$$\iint_{\partial T} \mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{N}}\, dS,$$

der ∂T er randa til T, $\mathbf{F}$ er vektorfeltet gitt ved

$$\mathbf{F}(x, y, z) = \left(x^3, -x^3 z^2, 3y^2 z\right)$$

og $\hat{\mathbf{N}}$ er einingsnormalvektoren til ∂T som peiker ut av T.