Oppgave 1 Finn en ligning for tangentplanet til flaten gitt ved

$$x^3 + 2xyz + x\cos\left(z^2\right) = 2$$

i punktet $(1, -1, 0)$.

Oppgave 2 Vis at vektorfeltet

$$\mathbf{F}(x, y, z) = \left(e^x \ln(y), \frac{e^x}{y} + \sin(z), y\cos(z)\right)$$

er konservativt.

Regn ut

$$\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r},$$

der C er kurven gitt ved

$$\mathbf{r}(t) = \left(1 - t, t, 2\pi t\right)$$

for $1 \leq t \leq 2$.

Oppgave 3 Finn grenseverdien

$$\lim_{(x,y,z)\to(0,0,0)} \frac{3x - 2y - z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

eller forklar hvorfor den ikke eksisterer.

Oppgave 4 Finn en parametrisering av skjæringskurven mellom flatene gitt ved

$$z = \sqrt{3 - x^2 - y^2} \qquad \text{og} \qquad z = \frac{x^2 + y^2}{2}.$$

Oppgave 5 Et dobbeltintegral kan skrives som

$$\iint_R f(x, y)\, dA = \int_0^1 \int_{-\sqrt{y}}^{\sqrt{y}} f(x, y)\, dx\, dy + \int_1^4 \int_{y-2}^{\sqrt{y}} f(x, y)\, dx\, dy.$$

Skisser integrasjonsområdet og uttrykk dobbeltintegralet som ett iterert integral med integrasjonsrekkefølgen byttet om.

Oppgave 6 Vis at for enhver enkel, glatt, lukket kurve C i $\mathbb{R}^2$ så er

$$\oint_C \left(x^4\cos(x^2) + 2y, e^{y^2} + 2x\right) \cdot d\mathbf{r} = 0.$$

Oppgave 7 Bestem punktene på skjæringskurven mellom planet $x+y+z=1$ og sylinderen $x^2+y^2=1$ som ligger nærmest origo.

(Vink: Minimer $f(x,y,z) = x^2+y^2+z^2$.)

Oppgave 8 La $\mathcal{S}$ være den delen av flaten gitt ved

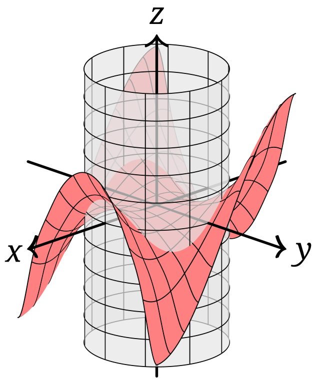
$$z = \frac{1}{3}x^3 - xy^2$$

som ligger innenfor sylinderen

$$x^2+y^2=1.$$

Regn ut

$$\iint_{\mathcal{S}} \sqrt{1+(x^2+y^2)^2}\, dS.$$



Oppgave 9 Regn ut

$$\iiint_T z\sqrt{x^2+y^2+z^2}\, dV,$$

der T er området i $\mathbb{R}^3$ gitt ved ulikhetene

$$0 \le z \le \sqrt{9-x^2-y^2}, \quad x \ge 0 \quad \text{og} \quad y \ge 0.$$

Oppgave 10 La $\mathcal{S}$ være flaten gitt ved

$$z = 1 - x^2 - y^2, \quad \text{der} \quad z \ge 0.$$

Regn ut

$$\oint_{\partial\mathcal{S}} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r},$$

der $\mathbf{F}$ er vektorfeltet gitt ved

$$\mathbf{F}(x,y,z) = \left(z, x, 5xz + 4xy\right)$$

og $\partial\mathcal{S}$ er randen til $\mathcal{S}$ som er orientert mot klokken sett fra positiv z-akse.