Oppgave 1 Temperaturen i et punkt (x, y, z) er gitt ved

$$T(x, y, z) = 30 + 5e^{-z}(x^2 + y).$$

Bestem retningen fra punktet $(1, 4, 8)$ hvor temperaturen stiger fortest.

Oppgave 2 Ligningen $2x^4z^2 + y^4 = x^2 - 4xy^5z$ bestemmer z implisitt som en funksjon av x og y.

Bestem

$$\frac{\partial z}{\partial x}$$

i punktet $(1, -1, 0)$.

Oppgave 3 Bestem krumningen for kurven gitt ved

$$\mathbf{r}(t) = (t, \sin t, 1 - \cos t)$$

der $0 \leqslant t \leqslant 2\pi$.

Oppgave 4 Finn og klassifiser alle kritiske punkter til funksjonen

$$f(x, y) = x^2 - 3xy + 2xy^2 + x.$$

Oppgave 5 Regn ut det itererte integralet

$$\int_0^1 \int_{\sqrt{x}}^1 \frac{3}{1 + y^3}\, dy\, dx$$

ved å bytte om på integrasjonsrekkefølgen.

Oppgave 6 La T være området i rommet som ligger innenfor sylinderen $x^2 + y^2 = 1$ og mellom $z = 0$ og $z = (x^2 + y^2)^{3/2}$.

Regn ut

$$\iiint_T 3e^z \sqrt{x^2 + y^2}\, dV.$$

Oppgave 7 Vektorfeltet $\mathbf{F}$ er gitt ved

$$\mathbf{F}(x, y, z) = \big(2xy, x^2 - \cos z, y \sin z\big)$$

for alle $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. La $\mathcal{C}$ være kurven gitt ved

$$\mathbf{r}(t) = \Big(t^2 - 2, \pi t, \frac{\pi}{2}(2 - t)\Big)$$

der $1 \leqslant t \leqslant 2$.

Regn ut

$$\int_{\mathcal{C}} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}.$$

Oppgave 8 Regn ut

$$\int_{\mathcal{C}} (3x + 2y)\, dx + \big(x + 2\sin(y^3)\big)\, dy$$

der $\mathcal{C}$ er den delen av sirkelen $x^2 + y^2 = 4$ der $y \geqslant 0$, og hvor $\mathcal{C}$ er orientert mot klokken.

Oppgave 9 La vektorfeltet $\mathbf{F}$ være gitt ved

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (x^2 y + z^2, x\cos z - xy^2, x^3 + 3z)$$

og la $\mathcal{S}$ være sylinderflaten $x^2 + 4y^2 = 1$ der $0 \leqslant z \leqslant 8$.

Regn ut

$$\iint_{\mathcal{S}} \mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{N}}\, dS$$

der enhetsnormalen $\hat{\mathbf{N}}$ peker vekk fra z-aksen.

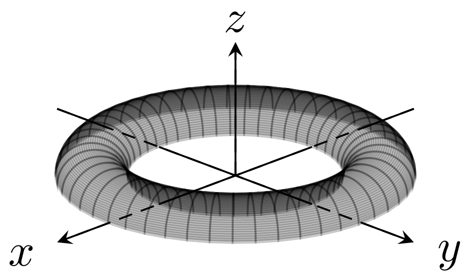
Oppgave 10

La $\mathcal{S}$ være flaten gitt ved

$$(\sqrt{x^2 + y^2} - 3)^2 + z^2 = 1$$

der $z \geqslant 0$, og la vektorfeltet $\mathbf{F}$ være gitt ved

$$\mathbf{F}(x, y, z) = \big(xy + e^{z^3}, \sin(yz) - 3x, ze^{xy}\big).$$



Regn ut

$$\iint_{\mathcal{S}} (\operatorname{curl} \mathbf{F}) \cdot \hat{\mathbf{N}}\, dS$$

der $\hat{\mathbf{N}}$ er enhetsnormalen til $\mathcal{S}$ med positiv $\mathbf{k}$-komponent.