Oppgåve 1 La $\mathcal{C}$ vere kurva gitt ved $\mathbf{r}(t) = (2\cos t, 2\sin t, 5t)$, for $0 \leqslant t \leqslant 2\pi$.

a) Rekn ut bogelengda til $\mathcal{C}$.

b) Finn einingstangentvektoren til $\mathcal{C}$ i punktet $(0, 2, 5\pi/2)$. Er $\mathcal{C}$ glatt i dette punktet? Svaret skal grunngjevast.

Oppgåve 2 Finn den største og den minste verdien skalarfeltet

$$f(x,y) = \frac{y}{x^2 + y^2 + 4}$$

oppnår på sirkelskiva $x^2 + y^2 \leqslant 4$.

Oppgåve 3 Eit skalarfelt $z(x,y)$ oppfyller likninga

$$3x^2z^4 + 2y^3z = 5x^2 + 2y^4x.$$

Finn $\nabla z(0,1)$.

(Vink: Begynn med å sette inn $(x,y) = (0,1)$ og finn $z(0,1)$.)

Oppgåve 4 Rekn ut

$$\int_{\mathcal{C}} \frac{x}{x^2 + y^2}\,dx + \frac{y}{x^2 + y^2}\,dy,$$

der $\mathcal{C}$ er kurva gitt ved $\mathbf{r}(t) = (e^t \cos t, e^t \sin t)$, for $0 \leqslant t \leqslant 2\pi$.

Oppgåve 5 Vektorfeltet

$$\mathbf{F}(x,y,z) = \big(ye^{xy}\cos z, xe^{xy}\cos z, 1 - e^{xy}\sin z\big)$$

er konservativt i $\mathbb{R}^3$ (det er ikkje nødvendig å vise dette). Rekn ut

$$\int_{\mathcal{C}} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r},$$

der $\mathcal{C}$ er kurva gitt ved $\mathbf{r}(t) = (3\cos t, 6\sin^2 t, 5t)$, for $0 \leqslant t \leqslant 2\pi$.

Oppgåve 6 La T vere lekamen avgrensa av flatene $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ og $z = 1$, og la $\mathcal{S}$ vere den delen av overflata (randa) til T som er gitt ved $z = \sqrt{x^2 + y^2}$. Gitt vektorfeltet

$$\mathbf{F}(x,y,z) = (xz, -xy, 2z)\,,$$

rekn ut

$$\iint_{\mathcal{S}} \mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{N}}\,dS,$$

der $\hat{\mathbf{N}}$ er einingsnormalen til $\mathcal{S}$ som peikar vekk frå T.

Oppgåve 7 La D vere området i første kvadrant (det vil seie, $x \geqslant 0$ og $y \geqslant 0$) som er avgrensa av ellipsane $4x^2 + y^2 = 16$ og $4x^2 + y^2 = 1$. Skissér området D og rekn ut

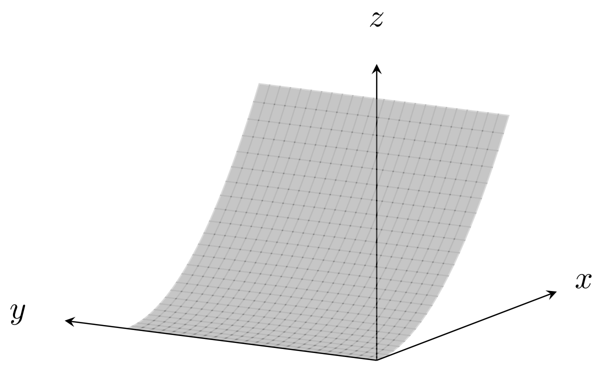
$$\iint_D \frac{x}{4x^2 + y^2}\, dA.$$

Oppgåve 8

La $\mathcal{S}$ vere flata gitt ved $z = x^2$, for $0 \leqslant x \leqslant 2$ og $0 \leqslant y \leqslant 1$. La vektorfeltet $\mathbf{F}$ vere gitt ved $\mathbf{F}(x, y, z) = (e^y, e^z, e^x)$. Rekn ut

$$\oint_{\partial\mathcal{S}} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r},$$

der $\partial\mathcal{S}$ er randa til $\mathcal{S}$, og der $\partial\mathcal{S}$ er orientert mot klokka sett ovanfrå.



Oppgåve 9 La $\mathcal{S}$ vere den delen av kuleflata

$$x^2 + y^2 + z^2 = 4$$

som ligg innanfor sylinderen

$$(x-1)^2 + y^2 = 1$$

og over xy-planet.

Rekn ut arealet til $\mathcal{S}$.

(Vink: Parametriser $\mathcal{S}$ ved hjelp av polarkoordinatar.)