Oppgave 1 Finn en ligning for tangentplanet til grafen til

$$f(x,y) = \sin(e^x \ln y)$$

i punktet $(0,1)$.

Oppgave 2 Tore står i et terreng der høyden over havet (i meter) er gitt ved

$$h(x,y) = \frac{90x}{1+x^2+y^2}.$$

Om Tores koordinater er $(2,1)$, i hvilken retning er terrenget brattest?

Oppgave 3 La $f(x,y) = 2 - x^2 - 4y^2$, og la $\mathcal{S}$ være flaten gitt ved $2x + 4y + z - 1 = 0$. Finn en parametrisering av skjæringskurven mellom $\mathcal{S}$ og grafen til f.

Oppgave 4 Bytt om integrasjonsrekkefølgen til det itererte integralet

$$\int_{-1}^{1} \int_{|y|}^{1} (x + 2y)\, dx\, dy$$

og regn ut.

Oppgave 5 Forklar hvorfor grenseverdien

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2 + 3y^2}{x^2 + y^2}$$

ikke eksisterer.

Oppgave 6 Finn den største verdien til $f(x,y,z) = x^2 + 2y^2 + 3z^2$ på kuleflaten $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.

Oppgave 7 La $\mathcal{C}$ være randen til firkanten med hjørner i $(-2,1)$, $(-2,-3)$, $(1,0)$ og $(1,7)$, der $\mathcal{C}$ er orientert mot urviseren.

Regn ut

$$\int_{\mathcal{C}} xy\, dx + 2x\, dy.$$

Oppgave 8 Regn ut arealet til den delen av paraboloiden $z = (x^2 + y^2)/2$ som ligger innenfor kuleflaten $x^2 + y^2 + z^2 = 3$.

Oppgave 9 La vektorfeltet $\mathbf{F}$ være gitt ved $\mathbf{F}(x, y, z) = (-x, 0, 2x + z)$.

a) Vis at $\mathbf{F}$ har et vektorpotensial $\mathbf{G}$, det vil si $\mathbf{F} = \operatorname{curl} \mathbf{G}$, på formen

$$\mathbf{G}(x, y, z) = (0, H(x, y, z), 0),$$

for et skalarfelt H.

b) La $\mathcal{S}$ være flaten gitt ved $z = x^2 + y^2 + x - 3$, der $x^2 + y^2 \leqslant 3$. Regn ut

$$\iint_{\mathcal{S}} \mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{N}} \, dS,$$

der $\hat{\mathbf{N}}$ er enhetsnormalen som peker oppover.

(Vink: Bruk a) sammen med Stokes' teorem.)