

## Anbefalte oppgaver uke 7

Våren 2024

## Oppgaver til plenumsregning

- 1 Anta at  $a > 0$ . Bestem dobbeltintegralet

$$\iint_{x^2+y^2 \leq a^2} (a - \sqrt{x^2 + y^2}) dA$$

ved inspeksjon.

- 2 Regn ut

$$\int_0^\pi \int_{-x}^x \cos(y) dy dx.$$

- 3 Avgjør om dobbeltintegralet

$$\iint_Q e^{-x-2y} dA$$

konvergerer eller ei, der  $Q$  er første kvadrant i  $xy$ -planet. Dersom det konvergerer, bestem verdien av dobbeltintegralet.

- 4 Skisser integrasjonsområdet til

$$I = \int_0^4 \int_{-\sqrt{4-y}}^{(y-4)/2} f(x, y) dx dy$$

og uttrykk  $I$  med integrasjonsrekkefølgen byttet om.

- 5 Et legeme er avgrenset av flaten gitt ved  $z = x^2 - y^2$ ,  $xy$ -planet, samt planene  $x = 1$  og  $x = 3$ . Regn ut volumet av legemet ved å regne ut et passende dobbeltintegral.
- 6 Overflaten av et oppvarmet svømmebasseng er begrenset av  $0 \leq y \leq 1$ ,  $-\sqrt{1-y} \leq x \leq \sqrt{1-y}$ . Temperaturen i et punkt på vannoverflaten er gitt ved funksjonen

$$T(x, y) = 28 + 2 \cos\left(\frac{(3x - x^3)\pi}{4}\right).$$

Regn ut gjennomsnittstemperaturen på vannoverflaten.

## Oppgaver med løsningsforslag

- 1 Bestem dobbeltintegralet

$$\iint_R dA$$

der  $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid -1 \leq x \leq 3, -4 \leq y \leq 1\}$ .

- 2 Bestem dobbeltintegralet

$$\iint_{x^2+y^2 \leq 1} (4x^2y^3 - x + 5) dA.$$

- 3 Bestem det itererte integralet

$$\int_0^1 \int_0^x (xy + y^2) dy dx.$$

- 4 Skisser integrasjonsområdet og regn ut

$$\int_0^1 \int_y^1 e^{-x^2} dx dy.$$

- 5 Finn gjennomsnittverdien til  $x^2$  over rektangelet  $a \leq x \leq b$ ,  $c \leq y \leq d$ .

- 6 Anta at  $(a, b)$  er et indre punkt i definisjonsmengden  $D_f$  der  $f(x, y)$  er kontinuert. For  $h^2 + k^2$  liten nok, er rektangelet  $R_{h,k}$  med hjørner i  $(a, b)$ ,  $(a + h, b)$ ,  $(a, b + k)$ ,  $(a + h, b + k)$  inneholdt i  $D_f$ . Vis at

$$\lim_{(h,k) \rightarrow (0,0)} \frac{1}{hk} \iint_{R_{h,k}} f(x, y) dA = f(a, b).$$