TMA4105 Matematikk 2

Anbefalte oppgaver uke 6

Våren 2024

Oppgaver til plenumsregning

$\boxed{1}$ Finn og klassifiser de kritiske punktene til funksjonen

$$f(x, y) = x^3 - 3xy - y^3.$$

Har f en global (absolutt) maksimums- eller minimumsverdi på $\mathbb{R}^2$?

$\boxed{2}$ Finn avstanden fra origo til planet

$$2x - 3y + 6z = 7.$$

$\boxed{3}$ Finn de høyeste og laveste punktene (det vil si, de med størst og minst z-koordinat) på skjæringskurven mellom flatene

$$x^2 + y^2 = 1 \qquad \text{og} \qquad z = \ln(1 - xy) - \frac{1}{2}(x^2 + y^2).$$

$\boxed{4}$ En fabrikk produserer to modeller av en vare, en standardmodell og en luksusmodell. Det koster 400 kroner å produsere standardmodellen og 600 kroner å produsere luksusmodellen. Undersøkelser viser at når utsalgsprisene for standardmodellen og luksusmodellen er henholdsvis x og y kroner, så får fabrikken solgt

$$500(y - x)$$

eksemplarer av standardmodellen og

$$450\,000 + 500(x - 2y)$$

eksemplarer av luksusmodellen.

Hvordan skal prisene settes for å maksimere fortjenesten?

Oppgaver med løsningsforslag

$\boxed{1}$ Finn og klassifiser de kritiske punktene til funksjonen

$$f(x, y) = x \sin(y).$$

$\boxed{2}$ Finn de kritiske punktene til funksjonen $z = g(x, y)$ som tilfredstiller ligningen

$$e^{2zx - x^2} - 3e^{2zy + y^2} = 2.$$

$\boxed{3}$ Finn maksimum og minimum til funksjonen

$$f(x, y) = x - x^2 + y^2$$

på rektangelet $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \le x \le 2, 0 \le y \le 1\}$.

$\boxed{4}$ Finn maksimum- og minimumsverdien til funksjonen $f(x, y) = xyz$ på sfæren

$$x^2 + y^2 + z^2 = 12.$$

$\boxed{5}$ (Våren 2014, oppgave 3.) Finn største og minste verdi til funksjonen $f(x, y) = xy$ på kurven

$$3x^2 + y^2 = 6.$$

$\boxed{6}$ (Sommeren 2006, oppgave 2b).) La f være funksjonen $f(x, y) = (x^2y - 2x^2 - y + 2)e^{-y}$. La området R være gitt ved ulikhetene $y \geq 0$ og $-1 \leq x \leq 1$. Forklar hvorfor f har absolutt maksimum og minimum (globalt maksimum og minimum) på R og bestem disse.