Anbefalte oppgaver uke 4

Våren 2024

Oppgaver til plenumsregning

$\boxed{1}$ I denne oppgaven ser vi på den kvadratiske flaten gitt ved $z = x^2 + 2y^2$.

a) Hva slags kurver får vi for z lik konstant?

b) Hva slags kurver får vi for y lik konstant?

c) Hva slags kurver får vi for x lik konstant?

d) Hva slags flate er dette? Skisser den.

e) Finn ligningen til tangentplanet i et punkt (a, b, c) på flaten. Hva blir ligningen for $a = 2$ og $b = 1$?

$\boxed{2}$ Skisser grafen og noen nivåkurver til

$$z = g(x, y)$$

gitt ved $z \geq 0$ og $x^2 + (y - z)^2 = 2z^2$.

$\boxed{3}$ La

$$f(x, y) = \begin{cases} \dfrac{2xy}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

a) Vis at f *ikke* er kontinuerlig i $(x, y) = (0, 0)$.

b) Vis at

$$\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0) \qquad \text{og} \qquad \frac{\partial f}{\partial y}(0, 0)$$

begge eksisterer.

$\boxed{4}$ Regn ut

$$\frac{\partial^3 f}{\partial x \partial z \partial y}(x, y, z)$$

når $f(x, y, z) = x^2 y e^{xz}$.

$\boxed{5}$ Finnes det en $C \in \mathbb{R}$ slik at funksjonen definert ved

$$f(x, y) = \begin{cases} 2\sin(3xy)\dfrac{x^2 + y^2 + \pi x^2 y^2}{x^3 y + x y^3} & (x, y) \neq (0, 0) \\ C & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

er kontinuerlig i origo?

Oppgaver med løsningsforslag

$\boxed{1}$ Identifiser flaten representert ved ligningen $x^2 + 4z^2 = 4$ og skisser den.

$\boxed{2}$ Finn alle førsteordens partielle deriverte til

$$w = \ln\left(1 + e^{xyz}\right)$$

og bestem disse i punktet $(2, 0, -1)$.

$\boxed{3}$ Finn alle førsteordens partielle deriverte til

$$f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

og bestem disse i punktet $(-3, 4)$.

$\boxed{4}$ Finn alle andreordens partielle deriverte til

$$z = x^2(1 + y^2).$$

$\boxed{5}$ Vis at funksjonen

$$f(x, y) = \ln(x^2 + y^2)$$

er harmonisk i hele planet untatt i origo. Det vil si, vis at

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, y) + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x, y) = 0$$

for alle $(x, y) \neq (0, 0)$.