Anbefalte oppgaver uke 11

Våren 2024

Oppgaver til plenumsregning

$\boxed{1}$ Finn en parametrisering av hyberboloiden

$$x^2 + y^2 - z^2 = 9.$$

$\boxed{2}$ Finn den totale ladningen på flaten

$$\mathbf{r}(u, v) = \left(e^u \cos v, e^u \sin v, u\right), \qquad 0 \le u \le 1, \quad 0 \le v \le \pi,$$

når ladningstettheten er gitt ved $\delta(u, v) = \sqrt{1 + e^{2u}}$.

$\boxed{3}$ La $\mathcal{S}$ være den delen av flaten gitt ved $x^2 + y^2 = z^2$ som ligger innenfor sylinderen $x^2 + y^2 = 2x$. Regn ut

$$\iint_{\mathcal{S}} \left(x^4 - y^4 + y^2 z^2 - z^2 x^2 + 1\right) dS.$$

$\boxed{4}$ Regn ut

$$\iint_{\partial T} \mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{N}}\, dS$$

når $\mathbf{F}(x, y, z) = (0, y, -z)$, ∂T er overflaten til området

$$T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + z^2 \le y \le 1\},$$

og $\hat{\mathbf{N}}$ peker ut av T.

Oppgaver med løsningsforslag

$\boxed{1}$ Verifiser at flateelementet (arealelemetet) dS til kuleflaten $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ er gitt i kulekoordinater ved $dS = a^2 \sin(\varphi)\, d\varphi\, d\theta$.

$\boxed{2}$ Finn $\iint_S x\, dS$ over den delen av den parabolske sylinderen $z = x^2/2$ som ligger inne i første oktant av sylinderen $x^2 + y^2 = 1$.

$\boxed{3}$ Finn $\iint_{\mathcal{S}} y\, dS$ der $\mathcal{S}$ er den delen av planet $z = 1 + y$ som ligger inne i kjeglen $z = \sqrt{2(x^2 + y^2)}$.

$\boxed{4}$ Finn $\iint_{\mathcal{S}} xz\, dS$ der $\mathcal{S}$ er den delen av flaten $z = x^2$ som ligger i første oktant inne i paraboloiden $z = 1 - 3x^2 - y^2$.

$\boxed{5}$ Finn fluksen til $\mathbf{F} = x\mathbf{i} + z\mathbf{j}$ ut av tetraederet begrenset av koordinatplanene og planet $x + 2y + 3z = 6$.

$\boxed{6}$ (Våren 2004, oppgave 3.) La S være flaten bestemt ved

$$z = 2 - 2\sqrt{x^2 + y^2}, \qquad z \ge 0.$$

Skisser S, og beregn fluksen opp gjennom S av vektorfeltet

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (x + y^2)\mathbf{i} + (3x^2 y + y^3 - x^3)\mathbf{j} + (z + 1)\mathbf{k}.$$

$\boxed{7}$ (Sommeren 2009, oppgave 4.) La S være den delen av flaten

$$z = \ln(x^2 + y^2)$$

som ligger i første oktant, under planet $z = 2$.

Beregn arealet av S.