TMA4105 Matematikk 2

Interaktiv forelesning uke 5

Våren 2024

Alternativ for MTFYMA

$\boxed{2}$ La $F\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ være en kontinuerlig deriverbar funksjon, med $\frac{\partial F}{\partial x} \neq 0$. Da kan vi løse for x i ligningen

$$F(x, y, z) = 0. \tag{$\star$}$$

Med andre ord finnes det en funksjon $g\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ slik at $F(g(y, z), y, z) = 0$ for alle $(y, z) \in \mathbb{R}^2$.

a) Bruk kjerneregelen til å vise at

$$\frac{\partial g}{\partial y}(y, z) = -\frac{\frac{\partial F}{\partial z}(x(y, z), y, z)}{\frac{\partial F}{\partial x}(x(y, z), y, z)}.$$

Hvis ligningen ($\star$) er underforstått, bruker vi notasjonen

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z = \frac{\partial g}{\partial y}$$

for å indikere at vi tenker på x som en funksjon av y og z, og at vi deriverer denne funksjonen med hensyn på y, mens vi holder z konstant.

b) Anta nå at ($\star$) kan løses for hver av de tre variablene, og vis at

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z \cdot \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_x \cdot \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y = -1.$$