TMA4105 Matematikk 2

Interaktiv forelesning uke 16

Våren 2024

$\boxed{1}$ La C være skjæringskurven mellom sylinderen $4x^2 + y^2 = 3$ og grafen til en glatt funksjon $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, det vil si, flaten $z = f(x, y)$. Kurven er orientert mot klokken sett ovenfra. Regn ut integralet

$$\oint_C -y^3\,dx + 4x^3\,dy - 3z^2\,dz.$$

$\boxed{2}$ La C være skjæringskurven mellom paraboloiden $z = x^2 + y^2 - 2x + y$ og planet $z = 4 - 2x + y$. Omløpsretningen til C skal være mot klokken, sett ovenfra. La videre $\mathbf{F}$ være vektorfeltet gitt ved

$$\mathbf{F}(x, y, z) = \big(x, z + 2x - y - 4, y\big).$$

a) Vis at projeksjonen av C ned i xy-planet er en sirkel. Finn en parameterfremstilling for C, og bruk parameterfremstillingen til å regne ut

$$\oint_C \mathbf{F}\cdot d\mathbf{r}. \tag{$\star$}$$

b) Finn curl $\mathbf{F}$ og kontroller svaret i **a)** ved å bruke Stokes' teorem til å regne ut ($\star$).

$\boxed{3}$ La $\mathcal{S}$ være flaten gitt ved

$$\big(\sqrt{x^2 + y^2} - 3\big)^2 + z^2 = 1$$

der $z \geq 0$, og la vektorfeltet $\mathbf{F}$ være gitt ved

$$\mathbf{F}(x, y, z) = \big(5xy + e^{z^2}, \cos(yz) - 2x, 3ze^{xy}\big).$$

Regn ut

$$\iint_S \operatorname{curl}\mathbf{F}\cdot\hat{\mathbf{N}}\,dS$$

der $\hat{\mathbf{N}}$ er enhetsnormalen til $\mathcal{S}$ med positiv $\mathbf{k}$-komponent.