TMA4105 Matematikk 2

Anbefalte oppgaver uke 5

Våren 2023

Oppgaver til plenumsregning

$\boxed{1}$ Bestem $\dfrac{\partial z}{\partial t}$ på to forskjellige måter når

$$\begin{aligned} z &= e^{xy} \\ x(t) &= 3t^2 \\ y(t) &= t^3. \end{aligned}$$

$\boxed{2}$ Bruk en passende linearisering for å finne en tilnærmet verdi for funksjonen

$$f(x,y) = \sin\big(\pi xy + \ln(y)\big)$$

i punktet $(0.01, 1.05)$.

$\boxed{3}$ La f være funksjonen gitt ved $f(x,y,z) = xyz$, og la $\mathbf{v}$ være en vektor som står vinkelrett både på $\mathbf{a} = \mathbf{j} + \mathbf{k}$ og $\mathbf{b} = 2\mathbf{i} + \mathbf{j}$, og som har positiv $\mathbf{k}$-komponent. Finn den retningsderiverte av f i punktet $P_0 = (1, -1, 2)$ i retningen til vektoren $\mathbf{v}$.

$\boxed{4}$ Finn en ligning for tangentplanet til flaten $x^2 + 2z^2 = 9$ i punktet $P = (1, 3, 2)$. Hvilke andre punkter på flaten har det samme tangentplanet?

$\boxed{5}$ Finn $\nabla f(a,b)$ for den deriverbare funksjonen $f(x,y)$ gitt de retningsderiverte

$$\begin{aligned} D_{\mathbf{u}} f(a,b) &= 3\sqrt{2} \\ D_{\mathbf{v}} f(a,b) &= 5, \end{aligned}$$

der

$$\mathbf{u} = \frac{1}{\sqrt{2}}(1,1) = \frac{\mathbf{i}+\mathbf{j}}{\sqrt{2}} \qquad \text{og} \qquad \mathbf{v} = \frac{1}{5}(3,-4) = \frac{3\mathbf{i}-4\mathbf{j}}{5}.$$

Oppgaver med løsningsforslag

$\boxed{1}$ Anta at $f = f(\mathbf{x})$ er kontinuerlig deriverbar i $\mathbf{a}$. Vis at f er kontinuerlig i $\mathbf{a}$.

$\boxed{2}$ Bruk kjerneregelen til å finne

$$\frac{\partial z}{\partial u}$$

hvis $z = g(x,y)$ der $y = f(x)$, $x = h(u,v)$.

$\boxed{3}$ Bruk en passende linearisering til å finne en approksimert verdi til funksjonen

$$f(x,y) = x^2 y^3$$

i punktet $(3.1, 0.9)$.

$\boxed{4}$ Finn jacobimatrisen til transformasjonen $\mathbf{f}(r,\theta) = (x, y)$ der

$$x = r\cos(\theta), \qquad y = r\sin(\theta).$$

$\boxed{5}$ I hvilken retning har funksjonen $f(x, y) = xy$ i punktet $(2, 0)$ endringsrate -1? Hva med -3? Hva med -2?

$\boxed{6}$ Vis at dersom $\nabla f(x, y) = 0$ på hele disken $x^2 + y^2 < r^2$, så er f er konstant på hele disken.

$\boxed{7}$ Gitt ligningen

$$xy^3 + x^4y = 2,$$

finn $\frac{\partial x}{\partial y}$.

$\boxed{8}$ Finn determinanten til jacobimatrisen til transformasjonavbildningen $\mathbf{f}(R,\varphi,\theta) = (x, y, z)$ der

$$\begin{aligned} x &= R\sin(\varphi)\cos(\theta) \\ y &= R\sin(\varphi)\sin(\theta) \\ z &= R\cos(\varphi). \end{aligned}$$

Dette er transformasjonen for kulekoordinater som du kommer til å lære senere i emnet i forbindelse med multiple integraler.