

Anbefalte oppgaver uke 3

Våren 2023

Oppgaver til plenumsregning

- 1 Finn hastigheten, farten og akselerasjonen ved tiden t til partikkelen med posisjon $\mathbf{r}(t)$ gitt ved

$$\mathbf{r}(t) = (t, t^2, t^2) = t\mathbf{i} + t^2\mathbf{j} + t^2\mathbf{k}.$$

Beskriv også banen til partikkelen.

- 2 Parametriser kurven gitt av skjæringen mellom flatene

$$x^2 + y^2 = 9 \quad \text{og} \quad z = x + y.$$

- 3 a) Vis at de to vektorvaluerte funksjonene \mathbf{r}_1 og \mathbf{r}_2 , gitt ved

$$\mathbf{r}_1(\alpha) = (2 \cos(\alpha), 2 \sin(\alpha)) \quad 0 \leq \alpha \leq \pi$$

$$\mathbf{r}_2(t) = (-t, \sqrt{4 - t^2}) \quad -2 \leq t \leq 2$$

beskriver samme kurve.

- b) Bestem krumningen κ til kurven.

- 4 I hvilket punkt har kurven gitt ved

$$\mathbf{r}(t) = (1 - t^2)\mathbf{i} + t\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$$

størst krumning?

- 5 Vis at dersom prikkproduktet av hastigheten og akselerasjonen til en partikkel i bevegelse er positivt, så øker farten til partikkelen.

Oppgaver med løsningsforslag

- 1 Finn hastigheten, farten og akselerasjonen ved tiden t til partikkelen med posisjon $\mathbf{r}(t)$ gitt ved

$$\mathbf{r}(t) = (t^2, -t^2, 1).$$

Beskriv også banen til partikkelen.

- 2 En partikkel beveger seg langs en kurve $\mathbf{r} = 3u\mathbf{i} + 3u^2\mathbf{j} + 2u^3\mathbf{k}$ i en retning tilsvarende økende u og med en konstant fart lik 6. Finn hastigheten og akselerasjonen til partikkelen i punktet $(3, 3, 2)$.

- 3 Finn lengden av kurven $\mathbf{r} = t^2\mathbf{i} + t^2\mathbf{j} + t^3\mathbf{k}$ fra $t = 0$ til $t = 1$.

- 4 Vis at hvis $\kappa(s) = 0$ for alle s , så er kurven $\mathbf{r} = \mathbf{r}(s)$, en rett linje.

- 5 Finn krumningen til kurven i planet $y = e^x$ i x .