

TMA4105 MATEMATIKK 2

Oversiktsforelesning 10 Flateintegraler

Rune Haugseng
Institutt for matematiske fag, NTNU

13. mars 2023

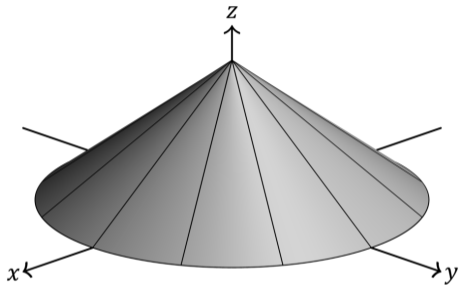
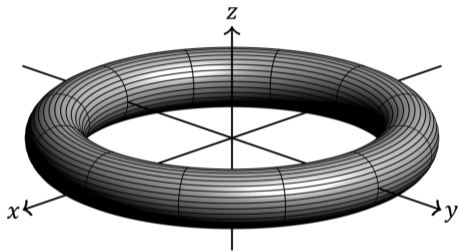


Kunnskap for en bedre verden

Nøkkelbegreper

- ▶ Parametriserte flater
- ▶ Glatte flater
- ▶ Flateintegraler av funksjoner
- ▶ Orienterbare flater
- ▶ Flateintegraler av vektorfelt

Glatte flater



Flaten til venstre er glatt, flaten til høyre er ikke glatt (men *er* glatt bortsett fra i ett punkt).

Eksempel (flateintegral av funksjon)

Finn

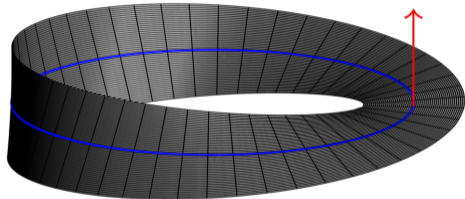
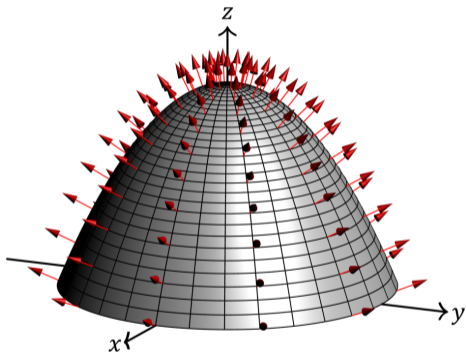
$$\iint_S x^2 dS$$

der S er flaten

$$z = \sqrt{x^2 + y^2}$$

for $0 \leq z \leq 1$.

Orienterbare flater



Flaten til venstre er orienterbar, flaten til høyre (möbiusbåndet) er ikke orienterbar.

Eksempel (flateintegral av vektorfelt)

Finn

$$\iint_S \mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{N}} \, dS$$

der S er flaten gitt ved

$$z = 1 + \frac{\pi}{4} - \arctan(x^2 + y^2)$$

hvor $x^2 + y^2 \leq 1$, enhetsnormalen $\hat{\mathbf{N}}$ peker oppover og

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (2x, 0, 1).$$

Eksempel (flateintegral av vektorfelt)

Finn

$$\iint_S \mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{N}} \, dS$$

der S er flaten gitt ved

$$z = 4 - (x^2 + y^2)$$

hvor $z \geq 0$, enhetsnormalen $\hat{\mathbf{N}}$ peker nedover og

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (x, y, z).$$

Figurer

- ▶ <https://www.math3d.org/xmq2sDTqg> (Flate)
- ▶ https://www.math.ntnu.no/emner/TMA4105/2019v/uke_11.html#/6
(möbiusbånd)