

## Interaktiv forelesning uke 10

Våren 2023

- 1 Skisser de to vektorfeltene

$$\mathbf{F}(x, y) = -x\mathbf{i} + y\mathbf{j} = (-x, y)$$

og

$$\mathbf{G}(x, y) = -y\mathbf{i} + x^2\mathbf{j} = (-y, x^2),$$

og bestem feltlinjene til hvert av dem. Avgjør også om feltene har tilhørende potensialfunksjoner, og finn eventuelt disse.

- 2 En tråd ligger langs kurven parametrisert ved

$$\mathbf{r}(t) = (\cos(t), \sin(t), t)$$

for  $t \in [0, 2\pi]$ . Hva er trådens masse hvis dens massetetthet er gitt ved  $\delta(x, y, z) = z$ ?

- 3 a) Finn en parameterfremstilling for skjæringslinjen  $\mathcal{L}$  mellom de to planene

$$-4y + 3z = 0 \quad \text{og} \quad 4x + y + 3z = 0.$$

- b) Bruk denne parameterfremstillingen til å bestemme linjeintegralet

$$\frac{1}{5^4} \int_C x^2 ds,$$

der  $C$  er den delen av  $\mathcal{L}$  som ligger mellom planene  $y = 0$  og  $y = 12$ .

- 4 La vektorfeltet  $\mathbf{F}$  være gitt ved  $\mathbf{F}(x, y, z) = (6y, 6x, 8z^2)$  for  $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ .

- a) Avgjør om  $\mathbf{F}$  er konservativt.

- b) La  $C$  være kurven parametrisert ved  $\mathbf{r}(t) = (\cos(t), \sin(t), t)$  for  $t \in [0, \pi]$ . Regn ut

$$\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}.$$

- c) Regn også ut

$$\int_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{r},$$

der  $\mathbf{H}(x, y, z) = (0, x, 0)$  for  $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ .

- d) Bruk resultatene ovenfor til å finne verdien til

$$\int_C \mathbf{G} \cdot d\mathbf{r},$$

der  $\mathbf{G}(x, y, z) = (6y, 5x, 8z^2)$  for  $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ .