

Interaktiv forelesning uke 5

Våren 2023

- 1 Finn en ligning for tangentplanet til flaten gitt ved

$$xy^2 + xz^2 = 4$$

i punktet $(2, 1, -1)$.

- 2 Du befinner deg i punktet $(1, 1, 5)$ på en fjellside hvor høyden over havet er gitt ved

$$z = f(x, y) = \frac{70}{12 + x^2 + y^2}.$$

Du beveger deg nedover fjellet i retningen gitt ved $\mathbf{v} = (3, 4)$. Hva er da vinkelen med horisontalplanet?

I hvilke retninger kan du gå fra punktet $(1, 1, 5)$ for å beholde samme høyde? I hvilke retninger er terrenget brattest?

- 3 Punktet $(x, y, z) = (1, 0, 2)$ tilfredstiller ligningen

$$F(x, y, z) = e^{yz} - x^2z + 2 \sin(y) = -1.$$

Sjekk at $F_y(1, 0, 2) \neq 0$. Det implisitte funksjonsteoremet sier da at vi kan løse ligningen for y som en funksjon av x og z i nærheten av dette punktet. Finn $\frac{\partial y}{\partial z}$ i punktet $(x, z) = (1, 2)$.

- 4 La

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{(x+y)^2}{x^2+y^2} & (x, y) \neq (0, 0), \\ 1 & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

a) Vis at f ikke er kontinuerlig i $(0, 0)$.

b) Vis at

$$\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0) = \frac{\partial f}{\partial y}(0, 0) = 0.$$

Finn lineariseringen til f i $(0, 0)$.

c) Er f deriverbar i $(0, 0)$?