TMA4105 Matematikk 2

# Interaktiv forelesning uke 16

Våren 2023

$\boxed{1}$ La $\mathbf{F}(x, y, z) = \left(e^{\sin(z)}, x, xe^{\sin(z)}\cos(z)\right)$, og la $C$ være skjæringskurven mellom planet $x - 2y - 5z = 8$ og den elliptiske sylinderflaten $(x-5)^2 + (y/2)^2 = 1$. Regn ut

$$\oint_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$$

når $C$ er orientert mot klokken sett ovenfra.

$\boxed{2}$ La $C$ være skjæringskurven mellom sylinderen $4x^2 + y^2 = 3$ og grafen til en glatt funksjon $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, det vil si, flaten $z = f(x, y)$. Kurven er orientert mot klokken sett ovenfra. Regn ut integralet

$$\oint_C -y^3\, dx + 4x^3\, dy - 3z^2\, dz.$$

$\boxed{3}$ Gitt vektorfeltet

$$\mathbf{F}(x, y, z) = \left(-\frac{y}{x^2 + y^2}, \frac{x}{x^2 + y^2}, 0\right).$$

**a)** Regn ut

$$\oint_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r},$$

der $C$ er sirkelen $x^2 + y^2 = 1$, orientert mot klokken sett ovenfra.

**b)** Regn ut curl $\mathbf{F}$, og drøft resultatet og resultatet i **a)** i lys av Stokes' teorem.

$\boxed{4}$ La $\mathcal{S}$ være flaten gitt ved

$$\left(\sqrt{x^2 + y^2} - 3\right)^2 + z^2 = 1$$

der $z \geq 0$, og la vektorfeltet $\mathbf{F}$ være gitt ved

$$\mathbf{F}(x, y, z) = \left(5xy + e^{z^2}, \cos(yz) - 2x, 3ze^{xy}\right).$$

Regn ut

$$\iint_S \operatorname{curl} \mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{N}}\, dS$$

der $\hat{\mathbf{N}}$ er enhetsnormalen til $\mathcal{S}$ med positiv $\mathbf{k}$-komponent.