

Interaktiv forelesning uke 9

Våren 2022

Læringsoppgaver

- 1 La R være det romlige legemet som er avgrenset av flaten $z = \sqrt{x^2 + y^2 - 1}$, samt de to planene $z = 0$ og $z = \sqrt{3}$.

Hva blir volumet til R ?

- 2 Et objekt er formet som et tetraeder med hjørner i

$$(0, 0, 0), \quad (0, 1, 0), \quad (1, 1, 0), \quad \text{og} \quad (0, 1, 1),$$

og har massetetthet som avhenger av posisjonen gjennom $\delta(x, y, z) = xz$.

Finn massen og massesenteret til objektet.

Det oppgis at

$$\int_0^1 x^a(1-x)^b dx = \frac{a! \cdot b!}{(a+b+1)!}$$

for alle $a, b \in \mathbb{N}$.

- U La T være kulen med sentrum i origo og radius R , og anta at $a > R$. Vis at

$$\iiint_T \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z-a)^2}} dV = \frac{4\pi R^3}{3a}.$$

STACK-oppgaver

- 1 Regn ut trippelintegralet

$$\iiint_R (x^2 + y^2 + z^2) dV,$$

der $R = \{(x, y, z) : 0 \leq x^2 + y^2 \leq 2 \text{ og } 0 \leq z \leq \sqrt{3}\}$.

- 2 Finn volumet til legemet som er avgrenset av flaten beskrevet av likningen

$$2\rho = 3 - \cos(\varphi)$$

i kulekoordinater.