

Interaktiv forelesning uke 3

Våren 2022

Læringsoppgaver

- 1 Vis at ellipsen beskrevet av

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \quad \text{der } a > b > 0,$$

har størst krumning i punktene $(\pm a, 0)$ og minst krumning i punktene $(0, \pm b)$.

- 2 Finn buelengdeparametriseringen til kurven gitt i polarkoordinater ved

$$r = e^{-\theta}$$

for $\theta \in [0, \infty)$.

(Dette kalles en *logaritmisk spiral*.)

- U Et sykkelhjul med radius r triller bortover en horisontal overflate. Helt ytterst på hjulet har noen festet en liten teipbit, som derfor vil treffe bakken hver gang hjulet har rullet en hel omkrets. Banen som denne teipbiten følger består av buer mellom punktene der den berører bakken.

- a) Hvor lang er hver slik bue?
b) Hva blir krumningen på toppen av en bue?

(Banen til teipbiten kalles en *sykloide*.)

STACK-oppgaver

- 1 Har kurven gitt ved

$$x(t) = 4t^3, \quad y(t) = 3t - \sin(3t)$$

for $t \in \mathbb{R}$ en veldefinert tangent i origo?

Finn i så fall stigningstallet til tangenten.

- 2 Et objekt beveger seg i planet slik at posisjonen til objektet er gitt ved

$$\mathbf{r}(t) = \left(\frac{1}{2} \ln(1 + t^2), \arctan t \right)$$

ved tiden $t \in [0, \infty)$. Hvor lang tid tar det før objektet har beveget seg 2 lengdeenheter (fra $t = 0$)?