

Interaktiv forelesning uke 16

Våren 2022

- 1 Gitt en kurve C i planet med parameterfremstilling

$$x(t) = \frac{1}{2} \sin 2t \text{ og } y(t) = 2\sqrt{2} \sin t, \quad 0 \leq t \leq \pi.$$

- a) Beregn lengden til C .
- b) Finn punktene der C har horisontal tangent og der den har vertikal tangent.
- c) Beregn krumningen i punktet $(0, 2\sqrt{2})$.

- 2 La \mathcal{R} være området i første kvadrant begrenset av kurvene

$$xy = 1, \quad xy = 2, \quad xy^4 = 1, \quad \text{og } xy^4 = 8.$$

Gjør et variabelskifte $u = u(x, y)$, $v = v(x, y)$ slik at \mathcal{R} avbildes på et rektangel i uv -planet, og regn ut arealet av \mathcal{R} .

- 3 La flaten S være gitt ved parameterfremstillingen

$$\mathbf{r}(u, v) = (u, u + v, v)$$

der u og v er slik at $4u^2 + v^2 \leq 1$. Finn arealet til S .

- 4 Gitt vektorfeltet

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (1, 2yz, h(x, y, z)).$$

- a) Bestem funksjonen $h(x, y, z)$ slik at vektorfeltet \mathbf{F} blir konservativt og finn i dette tilfellet en potensialfunksjon $\varphi(x, y, z)$ for \mathbf{F} .
- b) La C være romkurven som består av linjestykket fra punktet $(1, 0, 0)$ til $(0, 0, 1)$, samt linjestykket $(0, 0, 1)$ til $(-1, 0, 0)$. Hvis $h(x, y, z) = y^2$, beregn linjeintegralet

$$\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}.$$

- c) La C' være den lukkede kurven man får ved å legge til linjestykket fra $(-1, 0, 0)$ til $(1, 0, 0)$ til C . Hvis $h(x, y, z) = xz$, regn ut integralet

$$\int_{C'} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}.$$