Skriftlig innlevering 3

Våren 2022

Innleveringsfrist: 18. mars 2022, kl. 16.00.

$\boxed{1}$ La T være det romlige området som ligger innenfor kuleflaten $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ og innenfor sylinderen $x^2 + (y-1)^2 = 1$. Bruk sylinderkoordinater til å regne ut volumet av T.

(Vink: Utnytt symmetriegenskaper til området.)

$\boxed{2}$ La T være legemet bestående av punkter $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ som oppfyller ulikheten

$$0 < \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} < 1 - |z|.$$

Regn ut massen av T med massetetthetsfunksjonen $\delta(x, y, z) = (x^2 + y^2 + z^2)^{-3/4}$.

$\boxed{3}$ La S være området gitt i sylinderkoordinater ved

$$(r-2)^2 + z^2 \leq 1.$$

Skissér området og regn ut volumet av S.

$\boxed{4}$ Vektorfeltet $\mathbf{F}_a(x, y, z)$ er gitt ved

$$\mathbf{F}_a(x, y, z) = \left(y^2 \cos(x) - xy^2 \sin(x), 2xy\cos(x) + z^2, ayz + 1\right),$$

der $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ og a er et reelt tall.

a) Bestem en verdi for a slik at vektorfeltet blir konservativt, og finn en potensialfunksjon for $\mathbf{F}_a$ i dette tilfellet.

b) Regn ut linjeintegralet

$$\int_C \mathbf{F}_a \cdot d\mathbf{r}$$

med a lik den verdien du fant i **a)**, og der C er kurven med parameterfremstilling

$$\mathbf{r}(t) = \left(\frac{1}{2}t, \cos(t), \cos(2t)\right), \qquad 0 \leq t \leq \pi.$$