TMA4105 Matematikk 2

Anbefalte oppgaver uke 9

Våren 2022

De fleste av oppgavene er hentet fra læreboken Calculus 2, 10. utgave av Adams og Essex.

Oppgaver til plenumsregning

$\boxed{1}$ Finn massesenteret til kuben $0 \leq x, y, z \leq 1$ med massetetthet gitt ved $\delta(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$.

$\boxed{2}$ Finn volumet av legemet gitt ved

$$(x + y)^2 + y^2 + \frac{z^2}{a^2} \leq 1.$$

$\boxed{3}$ Gjør om de kartesiske koordinatene $(2, -2, 1)$ til sylindriske koordinater og kulekoordinater.

$\boxed{4}$ La T være området i rommet som ligger innenfor sylinderen $x^2 + y^2 = 1$ og mellom flatene $z = 0$ og $z = (x^2 + y^2)^{3/2}$. Regn ut

$$\iiint_T 3e^z \sqrt{x^2 + y^2}\, dV.$$

$\boxed{5}$ Finn volumet av området i $\mathbb{R}^3$ gitt ved ulikhetene:

$$x^2 + y^2 + z^2 \leq 9, \quad 0 \leq z \leq \sqrt{x^2 + y^2} \quad \text{og} \quad 0 \leq x \leq y.$$

Oppgaver med løsningsforslag

$\boxed{1}$ Finn volumet inne i kjeglen $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ og inne i sfæren $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$.

$\boxed{2}$ Finn $\iiint_R z\, dV$ over området R gitt ved $x^2 + y^2 \leq z \leq \sqrt{2 - (x^2 + y^2)}$.

$\boxed{3}$ Finn massesenteret til en kube $0 \leq x, y, z \leq a$ med tettheten $\rho = x^2 + y^2 + z^2$.

$\boxed{\text{Eksamen S2008, Oppg. 6a)}}$ La T være området i rommet gitt ved

$$T: \; x^2 + y^2 + z^2 \leq 4.$$

Flaten gitt ved

$$3x^2 - y^2 = 0, \quad x \geq 0$$

deler området T i to deler, T_1 og T_2 der T_1 er den minste delen. Finn volumet V av T_1.

$\boxed{\text{Eksamen S2002, Oppg. 3}}$ Bytt integrasjonsrekkefølgen i trippelintegralet

$$\int_0^1 \int_0^x \int_0^{\sqrt{xy}} f(x, y, z)\, dz\, dy\, dx$$

til $dy\, dx\, dz$.

$\boxed{\text{Kjente formler}}$ Bruk trippelintegraler til å utlede de kjente formlene for volumet av:

- sylinder med radius r og høyde h;
- kule med radius R;
- kjegle med høyde h og radius r.

Sammenlikn med den tilsvarende oppgaven fra uke 8.