

## Anbefalte oppgaver uke 7

Våren 2022

De fleste av oppgavene er hentet fra læreboken Calculus 2, 10. utgave av Adams og Essex.

**Oppgaver til plenumsregning**

- 1 Beregn dobbeltintegralet:

$$\int_0^\pi \int_{-x}^x \cos(y) dy dx.$$

- 2 Beregn dobbeltintegralet **ved inspeksjon**:

$$\iint_{x^2+y^2 \leq a^2} (a - \sqrt{x^2 + y^2}) dA.$$

- 3 Finn gjennomsnittsverdien til  $x^2 + y^2$  over trekanten  $0 \leq x \leq a$ ,  $0 \leq y \leq a - x$ .

- 4 Beregn dobbeltintegralet

$$\iint_R \frac{x}{y} e^y dA$$

der  $R$  er området  $0 \leq x \leq 1$ ,  $x^2 \leq y \leq x$ .

- 5 Avgjør om integralet konvergerer eller ikke:

$$\iint_Q e^{-x-2y} dA$$

der  $Q$  er første kvadrant i  $xy$ -planet. Hvis det konvergerer, evaluer det.

**Oppgaver med løsningsforslag**

- 1 Beregn dobbeltintegralet:

$$\iint_R dA$$

der  $R$  er rektangelet  $-1 \leq x \leq 3$ ,  $-4 \leq y \leq 1$ .

- 2 Beregn dobbeltintegralet:

$$\iint_{x^2+y^2 \leq 1} (4x^2 y^3 - x + 5) dA.$$

- 3 Beregn dobbeltintegralet:

$$\int_0^1 \int_0^x (xy + y^2) dy dx.$$

- 4 Skisser integrasjonsområdet og beregn integralet:

$$\int_0^1 \int_y^1 e^{-x^2} dx dy.$$

- 5] Finn gjennomsnittverdien til  $x^2$  over rektangelet  $a \leq x \leq b$ ,  $c \leq y \leq d$ .
- 6] Anta at  $(a, b)$  er et indre punkt i domenet  $D$  der  $f = f(x, y)$  er kontinuert. For  $h^2 + k^2$  liten nok, er rektangelet  $R_{h,k}$  med hjørner i  $(a, b)$ ,  $(a + h, b)$ ,  $(a, b + k)$ ,  $(a + h, b + k)$  inneholdt i  $D$ . Vis at

$$\lim_{(h,k) \rightarrow (0,0)} \frac{1}{hk} \iint_{R_{h,k}} f(x, y) = f(a, b).$$