Anbefalte oppgaver uke 4

Våren 2022

De fleste av oppgavene er hentet fra læreboken Calculus 2, 10. utgave av Adams og Essex.

Oppgaver til plenumsregning

$\boxed{1}$ Identifiser flaten representert ved likningen $y = z^2$ og skissér den.

$\boxed{2}$ Betrakt

$$f(x, y) = \frac{x^2 + y^2 - x^3y^3}{x^2 + y^2}$$

for $(x, y) \neq 0$. Bestem $f(0, 0)$ slik at f er kontinuerlig i hele planet.

$\boxed{3}$ Finn alle førsteordens partielle deriverte til

$$f(x, y) = \sin(x\sqrt{y})$$

og evaluer disse i punktet $(\pi/3, 4)$.

$\boxed{4}$ Anta at $u = u(x, y)$, $v = v(x, y)$ er kontinuerlig deriverbare av andre orden. Vi sier at u og v tilfredsstiller **Cauchy–Riemann likningene** hvis

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}$$
$$\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}.$$

Vis at hvis u og v tilfredstiller Cauchy–Riemann likningene, så er begge harmoniske: det vil si, $\Delta u = \Delta v = 0$ der Laplace operatoren Δ er gitt ved (i kartesiske koordinater): $\Delta f = f_{xx} + f_{yy}$ for en (glatt nok) funksjon $f = f(x, y)$.

$\boxed{5}$ Betrakt den kvadratiske flaten gitt ved $z = x^2 + 2y^2$.

a) Hva slags kurver får vi for z lik konstant?

b) Hva slags kurver får vi for y lik konstant?

c) Hva slags kurver får vi for x lik konstant?

d) Hva slags flate er dette? Skisser den.

e) Finn likningen til tangentplanet i et punkt (a, b, c) på flaten. Hva blir likningen for $a = 2, b = 1$?

Oppgaver med løsningsforslag

$\boxed{1}$ Identifiser flaten representert ved likningen $x^2 + 4z^2 = 4$ og skissér den.

$\boxed{2}$ Finn alle førsteordens partielle deriverte til

$$w = \ln(1 + e^{xyz})$$

og evaluer disse i punktet $(2, 0, -1)$.

$\boxed{3}$ Finn alle førsteordens partielle deriverte til

$$f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

og evaluer disse i punktet $(-3, 4)$.

$\boxed{4}$ Finn alle andreordens partielle deriverte til

$$z = x^2(1 + y^2).$$

$\boxed{5}$ Vis at funksjonen

$$f(x, y) = \ln(x^2 + y^2)$$

er harmonisk i hele planet untatt i origo.