



NTNU

Kunnskap for en bedre verden

# TMA4105 Matematikk 2 — Oversiktsforelesning 12

Sigrid Grepstad

Institutt for matematiske fag

## Nøkkelpbegreper — Uke 15

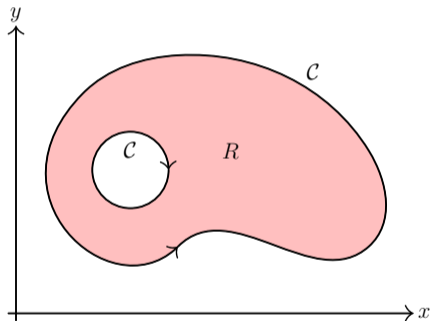
- Divergensteoremet i planet
- Divergensteoremet

## Før påske: Greens teorem

La  $R$  være et regulært, lukket område i  $xy$ -planet hvis rand,  $C = \partial R$ , består av en eller flere stykkevis glatte, enkle, lukkede kurver som er positivt orientert med hensyn på  $R$ .

Hvis  $\mathbf{F}(x, y) = (P(x, y), Q(x, y))$ , er et glatt vektorfelt definert på  $R$ , så er

$$\oint_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \iint_R \left( \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dA.$$

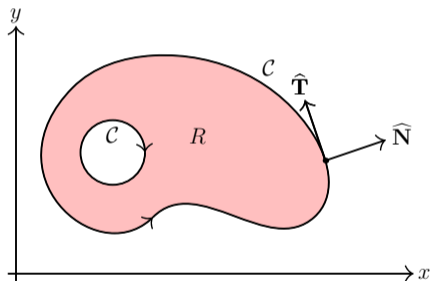


## Før påske: Divergensteoremet i planet

La  $R$  være et regulært, lukket område i  $xy$ -planet hvis rand,  $C = \partial R$ , består av en eller flere stykkevis glatte, enkle, lukkede kurver som er positivt orientert med hensyn på  $R$ .

Hvis  $\mathbf{F}(x, y) = (P(x, y), Q(x, y))$ , er et glatt vektorfelt definert på  $R$ , så er

$$\oint_C \mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{N}} ds = \iint_R \left( \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} \right) dA.$$



# Divergensteoremet

La  $D$  være et regulært område i  $\mathbb{R}^3$  hvis rand  $\mathcal{S} = \partial D$  er en orientert og lukket flate, der enhetsnormalen  $\hat{\mathbf{N}}$  peker ut av  $D$ .

Hvis  $\mathbf{F}$  er et glatt vektorfelt som er definert på  $D$ , så er

$$\iiint_D \operatorname{div} \mathbf{F} \, dV = \oiint_{\mathcal{S}} \mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{N}} \, dS.$$

## Figur i math3d.org

- Eksempel divergensteoremet: <https://www.math3d.org/aKgxlzBO>