

Interaktiv forelesning uke 3

Våren 2021

Læringsoppgaver

- 1 Vis at ellipsen

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \quad a > b > 0,$$

har størst krumning i punktene $(\pm a, 0)$ og minst krumning i punktene $(0, \pm b)$.

- 2 La \mathcal{C} betegne den logaritmiske spiralen gitt i polarkoordinater ved $r = e^{-\theta}$ for $\theta \in [0, \infty)$. Finn buelengdeparametriseringen av kurven \mathcal{C} .

- U La $\mathbf{r}(t)$ være en to ganger deriverbar vektorvaluert funksjon. Vis at akselerasjonsvektoren $\mathbf{a}(t) = \mathbf{r}''(t)$ kan dekomponeres i smygplanet som

$$\mathbf{a} = v' \hat{\mathbf{T}} + v^2 \kappa \hat{\mathbf{N}} \quad (*)$$

hvor v er farten og κ er krumningen. Benytt (*) til å utlede formelen

$$\kappa = \frac{|\mathbf{v} \times \mathbf{a}|}{v^3}.$$

STACK-oppgaver

- 1 Har kurven gitt ved

$$x(t) = 4t^3, \quad y(t) = 3t - \sin(3t), \quad t \in \mathbb{R}$$

en veldefinert tangent i origo? Finn i så fall stigningstallet til tangenten.

- 2 Et objekt beveger seg i planet slik at posisjonen til objektet er gitt ved

$$\mathbf{r}(t) = \left(\frac{1}{2} \ln(1 + t^2), \arctan t \right), \quad t \in [0, \infty).$$

Hvor lang tid tar det før objektet har beveget seg 2 lengdeenheter fra $t = 0$?