

## Interaktiv forelesning uke 14

Våren 2021

- 1 Gitt en plan kurve  $\mathcal{C}$  med parameterfremstilling

$$x(t) = \frac{1}{2} \sin 2t \text{ og } y(t) = 2\sqrt{2} \sin t, \quad 0 \leq t \leq \pi.$$

- a) Beregn lengden til  $\mathcal{C}$ .  
 b) Finn punktene der  $\mathcal{C}$  har horisontal tangent og der den har vertikal tangent.  
 c) Beregn krumningen i punktet  $(0, 2\sqrt{2})$ .

- 2 La  $\mathcal{R}$  være området i første kvadrant begrenset av kurvene

$$xy = 1, \quad xy = 2, \quad xy^4 = 1, \quad \text{og } xy^4 = 8.$$

Gjør et variabelskifte  $u = u(x, y)$ ,  $v = v(x, y)$  slik at  $\mathcal{R}$  avbildes på et rektangel i  $uv$ -planet, og regn ut arealet av  $\mathcal{R}$ .

- 3 La flaten  $\mathcal{S}$  være gitt ved parameterfremstillingen

$$\mathbf{r}(u, v) = (u - v, u + v, uv),$$

der  $u$  og  $v$  er slik at  $u^2 + v^2 \leq 1$ . Finn arealet til  $\mathcal{S}$ .

- 4 Gitt vektorfeltet

$$\mathbf{F}(x, y, z) = 2xyz\mathbf{i} + x^2z\mathbf{j} + yh(x)\mathbf{k}.$$

- a) Bestem funksjonen  $h(x)$  slik at vektorfeltet  $\mathbf{F}$  blir konservativt og finn i dette tilfellet en potensialfunksjon  $\varphi(x, y, z)$  for  $\mathbf{F}$ .  
 b) La  $\mathcal{C}$  være romkurven gitt ved

$$\mathbf{r}(t) = t\mathbf{i} + \frac{t^2}{\sqrt{2}}\mathbf{j} + \frac{t^3}{3}\mathbf{k}, \quad 0 \leq t \leq 1.$$

Beregn linjeintegralet

$$\int_{\mathcal{C}} 2xyz \, dx + x^2z \, dy + yh(x) \, dz,$$

når  $h(x) = x^2$  og når  $h(x) = 2x$ .