

Interaktiv forelesning uke 10

Våren 2021

Læringsoppgaver

- 1 Skissér de to vektorfeltene

$$\mathbf{F}(x, y) = -x\mathbf{i} + y\mathbf{j} = (-x, y)$$

og

$$\mathbf{G}(x, y) = -y\mathbf{i} + x^2\mathbf{j} = (-y, x^2),$$

og bestem feltlinjene til hvert av dem. Avgjør også om feltene har tilhørende potensialfunksjoner, og finn eventuelt disse.

- 2 a) Finn en parameterfremstilling for skjæringslinjen \mathcal{L} mellom de to planene

$$x - y + z = 0 \quad \text{og} \quad x + y + 2z = 0.$$

- b) Bruk denne parameterfremstillingen til å bestemme linjeintegralet

$$\int_{\mathcal{C}} x^2 ds,$$

der \mathcal{C} er den delen av \mathcal{L} som ligger mellom planene $y = 0$ og $y = 2$.

- U La vektorfeltet \mathbf{F} være gitt ved $\mathbf{F}(x, y, z) = (6y, 6x, 8z^2)$ for $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$.

- a) Avgjør om \mathbf{F} er konservativt.

- b) La \mathcal{C} være kurven parametrisert ved $\mathbf{r}(t) = (\cos t, \sin t, t)$ for $t \in [0, \pi]$. Beregn

$$\int_{\mathcal{C}} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}.$$

- c) Regn også ut

$$\int_{\mathcal{C}} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{r},$$

der $\mathbf{H}(x, y, z) = (0, x, 0)$ for $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$.

- d) Bruk resultatene ovenfor til å finne verdien til

$$\int_{\mathcal{C}} \mathbf{G} \cdot d\mathbf{r},$$

der $\mathbf{G}(x, y, z) = (6y, 5x, 8z^2)$ for $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$.

STACK-oppgaver

- 1 En tråd ligger langs kurven parametrisert ved

$$\mathbf{r}(t) = (\cos t, \sin t, t)$$

for $t \in [0, 2\pi]$. Hva er trådens masse hvis dens massetetthet er gitt ved $\delta(x, y, z) = z$?

- 2 La vektorfeltet \mathbf{F} være gitt ved $\mathbf{F}(x, y, z) = (11z, 4y, 2x)$ for $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Regn ut integralet

$$\int_{\Gamma} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r},$$

der kurven Γ er gitt ved $\mathbf{r}(t) = (t, t^2, t^3)$ for $0 \leq t \leq 2$.