

Skriftlig innlevering 3

Våren 2021

Innleveringsfrist: 19. mars 2021, kl. 16.00.

- 1 La T være det romlige området som ligger innenfor kuleflaten $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ og innenfor sylinderen $x^2 + (y - 1)^2 = 1$. Bruk polarkoordinater til å regne ut volumet av T .

(Vink: Utnytt symmetriegenskaper til området.)

- 2 La T være legemet bestående av punkter $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ som oppfyller ulikheten

$$0 < \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} < 1 - |z|.$$

Regn ut massen av T med massetetthetsfunksjonen $\delta(x, y, z) = (x^2 + y^2 + z^2)^{-3/4}$.

- 3 La S være området gitt i sylinderkoordinater ved

$$(r - 2)^2 + z^2 \leq 1.$$

Skissér området og regn ut volumet av S .

- 4 Vektorfeltet $\mathbf{F}_a(x, y, z)$ er gitt ved

$$\mathbf{F}_a(x, y, z) = (1 + y^2, 2xy + z^2, 2ayz),$$

der $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ og a er et reelt tall.

- a) Bestem en verdi for a slik at vektorfeltet blir konservativt, og finn en potensialfunksjon for \mathbf{F}_a i dette tilfellet.

- b) Regn ut linjeintegralet

$$\int_{\mathcal{C}} \mathbf{F}_a \cdot d\mathbf{r}$$

med a lik den verdien du fant i a), og der \mathcal{C} er kurven med parameterfremstilling

$$\mathbf{r}(t) = (t, \sin(\pi t), \cos(\pi t)), \quad 0 \leq t \leq \frac{1}{2}.$$