

## Anbefalte oppgaver uke 9

Våren 2021

De fleste av oppgavene er hentet fra læreboken Calculus 2, 9.utgave av Adams og Essex.

**Opgaver til plenumsregning**

1 Finn massesenteret til et objekt i kuben  $0 \leq x, y, z \leq 1$  med massetetthet gitt ved  $\rho = x^2 + y^2 + z^2$ .

2 Finn volumet av den solide ellipsoiden

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \leq 1.$$

3 Gjør om de kartesiske koordinatene  $(2, -2, 1)$  til sylindriske koordinater og kulekoordinater.

4 La  $T$  være området i rommet som ligger innenfor sylinderen  $x^2 + y^2 = 1$  og mellom  $z = 0$  og  $z = (x^2 + y^2)^{3/2}$ . Regn ut

$$\iiint_T 3e^z \sqrt{x^2 + y^2} dV.$$

5 Finn volumet av området i  $\mathbb{R}^3$  gitt ved ulikhetene:

$$x^2 + y^2 + z^2 \leq 9, \quad 0 \leq z \leq \sqrt{x^2 + y^2} \quad \text{og} \quad 0 \leq x \leq y.$$

**Opgaver med løsningsforslag**

14.6.1 Finn volumet inne i kjeglen  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  og inne i sfæren  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ .

14.6.15 Finn  $\iiint_R z dV$  over området  $R$  gitt ved  $x^2 + y^2 \leq z \leq \sqrt{2 - (x^2 + y^2)}$ .

14.7.18 Finn massesenteret til en kube  $0 \leq x, y, z \leq a$  med tettheten  $\rho = x^2 + y^2 + z^2$ .

Eksamen S2008, Oppg. 6a) La  $T$  være området i rommet gitt ved

$$T: x^2 + y^2 + z^2 \leq 4.$$

Flaten gitt ved

$$3x^2 - y^2 = 0, \quad x \geq 0$$

deler området  $T$  i to deler,  $T_1$  og  $T_2$  der  $T_1$  er den minste delen. Finn volumet  $V$  av  $T_1$ .

Eksamen S2002, Oppg. 3) Bytt integrasjonsrekkefølgen i trippelintegralet

$$\int_0^1 \int_0^x \int_0^{\sqrt{xy}} f(x, y, z) dz dy dx$$

til  $dy dx dz$ .

Kjente formler Bruk trippelintegraler til å utlede de kjente formlene for volumet av:

- sylinder med radius  $r$  og høyde  $h$ ;
- kule med radius  $R$ ;
- kjegle med høyde  $h$  og radius  $r$ .

Sammenlikn med den tilsvarende oppgaven fra uke 8.